# Einige Zusammenhänge zwischen Intelligenz und relativen Handknochenlängen beim Menschen

von

Dieter Raithel

aus Erlangen

1966

1966 № 131

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41535706_0026

Aus der CHIRURGISCHEN KLINIK
der
FRIEDRICH-ALEXANDER-UNIVERSITÄT
ERLANGEN-NÜRNBERG
(Direktor: Prof. Dr. med. G. Hegemann)

# EINIGE ZUSAMMENHÄNGE ZWISCHEN INTELLIGENZ UND RELATIVEN HANDKNOCHENLÄNGEN BEIM MENSCHEN.

INAUGURAL-DISSERTATION
zur
ERLANGUNG der DOKTORWÜRDE
der
HOHEN MEDIZINISCHEN FAKULTÄT
der
FRIEDRICH-ALEXANDER-UNIVERSITÄT
zu
ERLANGEN-NÜRNBERG

Vorgelegt von
Dieter Raithel
aus
Erlangen

Gedruckt mit Erlaubnis der Medizinischen Fakultät

der Universität Erlangen-Nürnberg

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

Dekan: Professor Dr. Dr. G. Steinhardt
Referent: Priv.-Doz. Dr. H. Beck
Korreferent: Professor Dr. G. Hegemann

Tag der mündlichen Prüfung: 17. Mai 1966

Inhaltsverzeichnis


| | Seite |
|---|---|
| Einleitung und Problemstellung | 1 - 2 |
| Frühere Untersuchungen | 2 - 6 |
| Eigene Untersuchungen, wobei | 6 - 34 |
| Einzelergebnisse | 10 - 19 |
| Ergebnisse (zusammenfassend) und Diskussion | 20 - 34 |
| Besprechung der Ergebnisse an Hand der Literatur | 34 - 35 |
| Schluß | 35 - 36 |
| Zusammenfassung | 36 |
| Literatur | 37 |

# P r o b l e m s t e l l u n g

Es wurde zur Aufgabe gemacht, beim Menschen an einem großen Kollektiv nachzuprüfen, ob ein Zusammenhang zwischen Intelligenz und einigen relativen Handknochenlängen besteht. Einen solchen Zusammenhang hat Ashley-Montagu beim Vergleich der verschiedenen Menschenaffenarten nachgewiesen.

Wenn man deshalb zuerst das Problem "Mensch und Menschenaffe" etwas näher beleuchtet, so stellt man fest, daß ein heute lebender Menschenaffe in die Vorfahrenreihe des Menschen mit Sicherheit nicht einzureihen ist. Vielmehr sind die Menschenaffen, wie wir, die Endglieder von Entwicklungsreihen, die eine gemeinsame Wurzel besitzen, deren Form wir jedoch noch nicht genau kennen. Man fand zwar im Jahre 1933 in der Nähe des Victoriasees (Ostafrika) die Überreste eines Lebewesens (man gab ihm den Namen "Proconsul"), das sowohl dem Urahn des Menschen als auch dem des Menschenaffen sehr nahe kam (die Wissenschaft fand dafür genügend Hinweise). Ob aber "Proconsul" als Urahn anzusehen ist oder ein anderes Tier mit ähnlicher "Grundkonstruktion", wie z.B. "Propliopithecus" (nach E.L. Simons von der Yale Universität), ein Affe, der vor rund 33 Millionen Jahren in Nordafrika gelebt hat, kann nicht genau gesagt werden. Hier müßte es aber zu einem Aufspalten des Entwicklungsganges gekommen sein. Es bildeten sich zwei Richtungen: Beim Menschenaffen steht die körperliche Entwicklung im Vordergrund, beim Menschen neben der körperlichen vor allem die geistige. So zeigte sich bei den Vorfahren des Menschen wie bei denen des Menschenaffen diese Höherentwicklung in den verschiedensten Körperteilen, insbesondere in der imponierenden Zunahme des Großhirns.

Hier soll jedoch nur auf die Hand des Menschen, insbesondere aber auf die relative Länge des Daumens, näher eingegangen

werden. Von biologischer Seite wird immer wieder darauf hingewiesen, daß die Bedeutung der Hand für die Menschwerdung gar nicht überschätzt werden kann. Denn "die Entfaltung der Intelligenz erfordert Mittel, und zu diesen gehört in erster Linie die Hand als Instrument des Handelns" (G. Revesz).

Bei den höheren Primaten findet man (s. unten), daß ein ursächlicher Zusammenhang zwischen der Höherentwicklung und der relativen Daumenlänge besteht, d.h. die Daumenlänge wurde mit der Mittelfingerlänge in Korrelation gesetzt. Es soll nun in dieser Arbeit versucht werden, herauszufinden, ob auch schon beim Menschen ein solcher Zusammenhang zwischen Intelligenz und relativen Handknochenlängen, insbesondere aber der Daumenlänge, besteht. Bevor jedoch auf die Methodik näher eingegangen wird, ist es vielleicht zweckmäßig, sich mit den an der Hand der Primaten angestellten Messungen etwas näher zu befassen.

## F r ü h e r e  U n t e r s u c h u n g e n

Größere Untersuchungen an Primatenhänden stellten Schultz, Osborn und Ashley-Montagu an, denn in der Diskussion bezüglich der Entwicklung des Menschen spielte die Hand und besonders der Daumen keine unbedeutende Rolle. Wenn hier insbesondere auf die Arbeit von Ashley-Montagu Bezug genommen wird, so hauptsächlich deswegen, weil in ihr die höchste Anzahl von Primatenhänden gemessen wurde und die einzelnen Zusammenhänge auch am Ausführlichsten untersucht und abgehandelt wurden.

Dabei wurde durch ein flexibles Metermaß, das den größten Kurvaturen folgen konnte, die Länge vom Mittelpunkt des proximalen Endes der 1. Phalanx bis zu dem des distalen Endes der Endphalanx bestimmt, und zwar bei Daumen und Mittelfinger. Der Daumenindex, der einen Einblick in die verschiedenartige Entwicklung des Daumens geben sollte, ergab sich aus

der Daumenlänge geteilt durch die Länge des Mittelfingers. Das Ganze wurde noch mit 100 multipliziert, so daß man den Wert in Prozenten bekam. Somit konnte man die relative Daumenlänge bei den verschiedenen Menschenrassen und den Primaten vergleichen. Beide Hände mußten nicht gemessen werden, da sie nicht voneinander abwichen. Gemessen wurden die in Abb. 1 angeführten Primaten.

Abb. 1
(nach Ashley-Montagu)

| Geschlecht | Anzahl | Säuglingsalter | | Jugend | | Reife | | Erwachsenenstadium |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Lorisidae | | | | | | | 2 | 67.7 |
| Lemurs | | | | | | | 4 | 46.9 |
| Hapalidae | | | 2 | 48.2 | 2 | 51.0 | | |
| New World Monkey | | | 4 | 46.4 | 2 | 50.0 | 2 | 47.8 |
| Cebus | | | 1 | 47.0 | | | 1 | 57.2 |
| Macacus | 2 | 35.6 | 6 | 36.5 | 3 | 40.9 | 1 | 39.2 |
| Cynocephalus | 1 | 43.9 | | | 1 | 46.1 | 4 | 44.9 |
| Pygathrix | | | 1 | 26.9 | | | 1 | 37.2 |
| Ceropithecus | 2 | 36.0 | 3 | 38.0 | 2 | 37.7 | | |
| Cerocebus | 1 | 47.0 | 2 | 40.1 | 1 | 35.6 | 1 | 37.2 |
| Semnopithecus | | | | | 1 | 24.9 | 1 | 30.6 |
| Theropithecus | | | | | | | 1 | 48.8 |
| Hylobates | 1 | 32.7 | 2 | 35.2 | 4 | 38.2 | 1 | 32.1 |
| Orang | 2 | 27.3 | 6 | 31.1 | | | 5 | 29.9 |
| Schimpanse | 5 | 36.1 | 3 | 30.1 | 1 | 37.6 | 7 | 37.1 |
| Gorilla | 1 | 35.1 | 4 | 34.1 | 1 | 42.4 | 3 | 40.8 |
| Homo sapiens | 2 | 56.5 | 5 | 58.1 | 2 | 61.1 | 62 | 56.9 |

Es wird unterschieden zwischen Kreaturen, die auf dem Baume, und solchen, die auf dem Lande leben. Es stellte sich heraus, daß diejenigen, die auf dem Baume leben, eine Reduktion ihres opponierbaren Daumens erfuhren. Bei den New World Monkeys ist der Daumen jedoch nicht opponierbar. Der Grund hierfür ist in einer Überspezialisierung der Funktionen des Schwanzes zu suchen, denn es wurde eine starke Korrelation zwischen "Nicht-Greifschwanz" und größerem Daumenindex bzw. "Greifschwanz" und kleinem Daumenindex bei den New World Monkeys gefunden. Bei den Old World Monkeys (Macacus bis Hylobates) sind der "Nicht-Greifschwanz" und der opponierbare Daumen die Regel, der Daumenindex ist jedoch geringer als bei den New World Monkeys. Hier scheint es nun so, daß mit der Abnahme der Funktionen des Schwanzes sich der Daumen die Kraft der Opponierbarkeit zugelegt hat, jedoch bei diesen besonderen Funktionen des Baumlebens scheint der Daumen eine Reduktion zu erleiden. Einen noch stärker reduzierten Daumen findet man bei den spezialisierten schwanzlosen Anthropoiden, die auf dem Baume leben; bei dem halb auf dem Boden, halb auf dem Baume lebenden Gorilla ist der Daumen jedoch länger. Hier ist es also zu einer Elongation des Daumens gekommen. Beim Pavian, der ebenfalls auf dem Lande lebt und zu den Old World Monkeys gehört, ist der Daumen länger als bei den anderen Old World Monkeys.

Die Entwicklung von Greiffunktionen des Schwanzes hat sich also gegen die Entwicklung eines opponierbaren Daumens gewandt, und das überspezialisierte Baumleben führt zu einer Reduktion des Daumens.

Wenn man nun die Daumenlängen in den verschiedenen Altersstufen betrachtet (wie ebenfalls aus Abb. 1 und außerdem aus Abb. 2 ersichtlich ist), so zeigt sich, daß der Daumen bei den Primaten im Erwachsenenstadium relativ länger ist als im Säuglingsalter (mit Ausnahme von Cercocebus und Hylobates), in der Reifezeit jedoch noch länger als im Erwachsenenalter. Der höhere Index in der Reifezeit wird mit einem letzten Wachstumssprung vor dem rückläufigen phylogenetischen Zug des Erwachsenenalters erklärt.

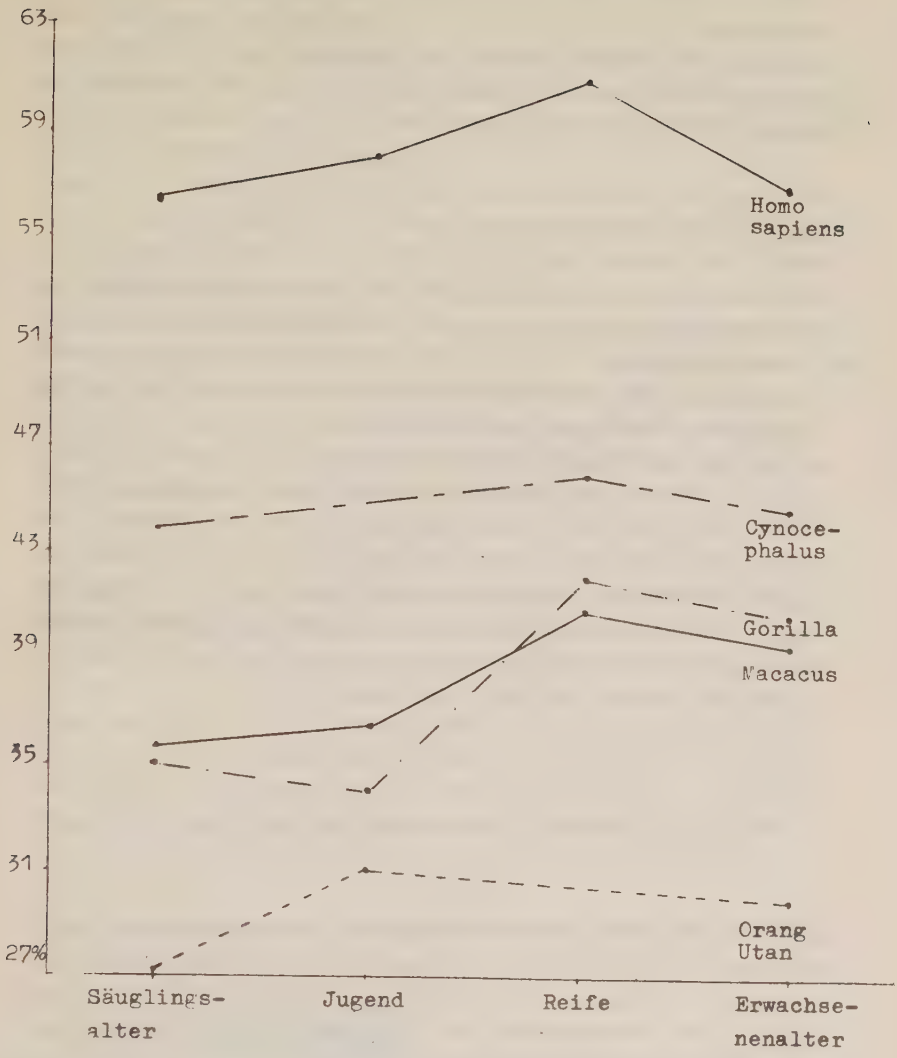



Abb. 2: Es zeigt sich, daß die relative Daumenlänge bei den Primaten in der Reife größer als im Erwachsenenalter und in letzterem größer als im Säuglingsalter ist.

Nimmt man einen gemeinsamen Stamm für Mensch und Anthropoiden an, so kann man sagen, daß dieser einen etwas größeren Daumenindex hatte als der der heute lebenden Affen und einen etwas kleineren als der des Menschen. Erst die spätere Spezialisierung hat zu dieser verschiedenen Entwicklung des Daumens geführt.

Wenn man die Ergebnisse von Ashley-Montagu noch einmal zusammenfaßt, so zeigt sich:

1. Es besteht eine Korrelation zwischen der Entwicklung des opponierbaren Daumens und dem Verlust der Greiffunktion des Schwanzes.
2. Das Leben auf der Erde bedingt eine Zunahme, das auf dem Baume eine Abnahme des Daumenindex.
3. Die relative Länge des Daumens nimmt bis zur Reifezeit zu, um im Erwachsenenalter wieder etwas abzunehmen.

Auf die Messungen von Ashley-Montagu und A. Schultz bezüglich der relativen Daumenlänge bei Föten und die daraus gezogenen Schlüsse soll hier nicht näher eingegangen werden, da die Anzahl der Messungen zu gering erscheint, um etwaige Ergebnisse daraus ableiten zu können.

## Eigene Untersuchungen

Nach dieser einführenden Betrachtung über die Daumenlänge bei den Primaten erhebt sich nun die Frage, ob beim Menschen auch schon eine Korrelation zwischen Intelligenz und Daumenlänge nachzuweisen ist; denn man kann wohl sagen, daß sich beim Menschen diese "Höherentwicklung" zuallererst in der größeren Intelligenz bemerkbar macht. Inwieweit das nun einen Einfluß auf die Daumenlänge und eventuell auf andere Finger mit ihren Mittelhand- und Handwurzelknochen hat, soll in dieser Arbeit näher untersucht werden.

## Methodik

Dazu werden die Phalangen von Daumen, Zeige- und Mittelfinger mit den zugehörigen Mittelhand- und Handwurzelknochen in ihrer Länge bestimmt, um anschließend zueinander ins Verhältnis gesetzt zu werden.

Zuerst wird deshalb der Gelenkspalt zwischen den proximalen Phalangen und den Mittelhandknochen aufgesucht. Das Auffinden dieses Spaltraumes ist auch bei adipösen Händen nicht allzuschwer, wenn man den jeweils zu messenden Finger der Testperson zwischen Daumen und Zeigefinger nimmt. Verschiebt man nun mit dem Zeigefinger die Haut über dem Gelenk, so spürt man deutlich den Gelenkspalt; erleichtern kann man sich das Ganze noch dadurch, daß man den Finger der Testperson auf und ab bewegt. Darnach wird auf der Doralseite des Fingers der auf der Mittellinie liegende Punkt des Randes der Facies articularis des proximalen Endes des Grundgelenkes markiert. Der Abstand von diesem Punkt bis zum distalen Ende des Nagelgliedes ergibt dann die Länge der einzelnen Fingerknochen.

Legt man durch den höchsten Punkt des Processus styloides radii eine zum Radius senkrechte Ebene, so ergibt sich die Gesamtlänge - bestehend aus Finger-, Mittelhand- und Handwurzelknochen - aus dem Abstand des distalen Endes der Nagelphalanx von dieser Ebene.

Aus diesen gemessenen Werten werden die einzelnen Indices wie folgt bestimmt:

$$Q_2 = \frac{\text{Länge des Daumens x 100}}{\text{Länge des Mittelfingers}}$$

$$Q_3 = \frac{\text{(Länge d. Phal. d. Daum. +Metac.I + Handwurzelkn.) x 100}}{\text{Länge d. Phal. d. Mittelf. + Metac.III + Handwurzelkn.}}$$

$$Q_4 = \frac{\text{Länge des Daumens x 100}}{\text{Länge des Zeigefingers}}$$

$$Q_5 = \frac{(\text{Länge d. Phal. d. Daum.} + \text{Metac.I} + \text{Handwurzelkn.}) \times 100}{\text{Länge d. Phal. d. Zeigef.} + \text{Metac.II} + \text{Handwurzelkn.}}$$

Wie aus dem Vorangehenden zu erkennen ist, bekommt man dadurch bei jeder Person vier Werte, in Prozenten ausgedrückt, die nun zur Intelligenz in Beziehung zu setzen sind.

Es darf an dieser Stelle vielleicht noch darauf hingewiesen werden, daß die Länge der Phalangen, Mittelhand- und Handwurzelknochen von der Art der Beschäftigung unabhängig ist. Außerdem besteht kein Unterschied zwischen der linken und der rechten Hand, was die Knochenlängen anbetrifft.

Zur Bestimmung der Intelligenz wurden jeder Testperson einige Fragen gestellt:
1. Derzeitiger und evtl. früherer Beruf.
2. Schulbildung
3. Freizeitgestaltung und besondere Interessengebiete.

ad 1:
Diese Frage wurde deshalb gestellt, da später die einzelnen Indices bei den verschiedenen Berufsgruppen näher untersucht werden sollen.

ad 2:
Viele - vor allem die Kriegsgeneration - sind in einen Beruf hineingedrängt worden, der ihrer Schulbildung gar nicht entspricht. - Ebenso sagt die Bezeichnung "Hausfrau" über die Schulbildung nichts aus und kann u.U., wenn nicht darnach gefragt wird, zu einem falschen Bild führen.

ad 3:
Mit dieser Frage erhält man, insbesondere bei Testpersonen ohne höhere Schulbildung, doch einige Punkte, die die Zuordnung einer Intelligenzstufe oft ganz wesentlich erleichtern. So kann man doch schon einiges daraus ersehen, ob z.B. ein Arbeiter keinerlei besondere Interessen außer dem abendlichen Skatspiel aufweist oder ob er sich ab und zu einmal hinsetzt und ein gutes Buch oder dergleichen in die Hand

nimmt und darin liest. Was interessiert ihn in der Tageszeitung? Nur das Sportgeschehen oder vielleicht auch Politik und Wirtschaft, Wissenschaft und Kunst? Bildet er sich in der Freizeit durch Abendkurse an der Volkshochschule, sofern die Möglichkeit dazu besteht, oder durch Fernkurse etc. weiter? Was für Filme sieht er sich an; nur Kriminal-, Wildwest- und leichte Unterhaltungsfilme oder auch einen etwas anspruchsvolleren Film? Welches Fernseh- bzw. Radioprogramm wählt er?

Die Antworten auf diese Einzelfragen wurden mittels eines Punktsystems ausgewertet. Die Testpersonen wurden nach der erreichten Punktzahl geordnet und zu vier Gruppen zusammengefaßt. So ergaben sich vier Intelligenzstufen:

1 = unintelligent
2 = wenig intelligent
3 = intelligent
4 = sehr intelligent

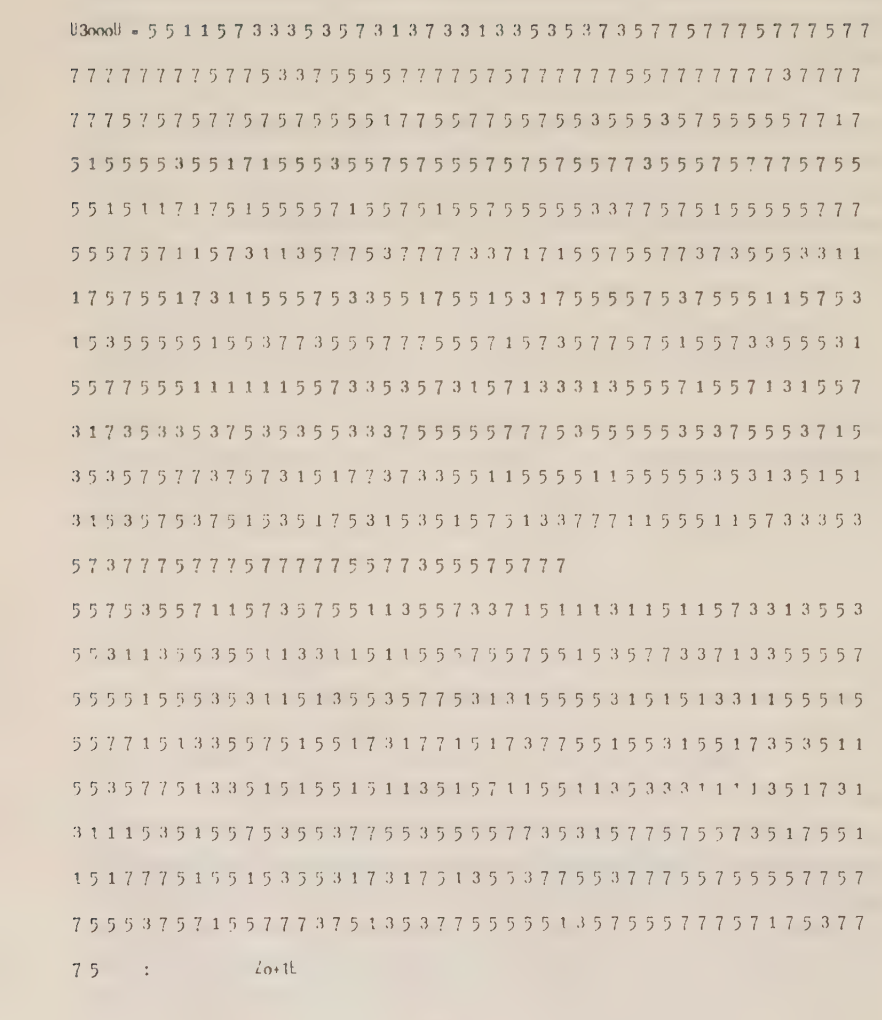
Außerdem wurden bei jeder Testperson das Alter und das Geschlecht notiert.

Gemessen wurden 940 Personen, davon: 363 Frauen
577 Männer

## Ergebnisse

Es ergeben sich daraus die auf den Seiten 10 bis 19 angeführten Werte. Zur einfacheren Ermittlung der später auszurechnenden "Produkt - Moment - Korrelationskoeffizienten" werden die Werte nicht in Prozent, sondern als Quotienten angegeben.

## Intelligenzstufen



$Q_2$

U4oooU = ,5077 ,5892 ,5357 ,5497 ,59 ,6166 ,5535 ,5921 ,5888 ,5945 ,5906 ,5857 ,6338 ,5526 ,5333
,5692 ,6166 ,5555 ,5573 ,5344 ,5625 ,5573 ,6o21 ,5523 ,58o9 ,5902 ,625 ,5906 ,5882 ,6276 ,6133
,6 ,625 ,6436 ,6263 ,5882 ,6222 ,6117 ,6326 ,6o21 ,6237 ,6222 ,62 ,6344 ,617 ,63 ,6251 ,6288
,5933 ,6664 ,63 ,6421 ,6413 ,6o86 ,5698 ,5858 ,6392 ,61 ,6126 ,6o43 ,6o ,617 ,6315 ,625 ,6558
,6o78 ,6179 ,6 ,65 ,62o6 ,6888 ,64o4 ,625 ,6195 ,61 ,6o6 ,6222 ,6185 ,6444 ,6276 ,6279 ,6336
,663 ,58o9 ,6354 ,6236 ,6149 ,6521 ,6224 ,6483 ,6344 ,6111 ,6326 ,6o78 ,6235 ,612 ,6288 ,6185
,6 ,6428 ,6o49 ,6236 ,5729 ,5959 ,61 ,6 ,53 ,65o4 ,6324 ,5714 ,5816 ,6288 ,63o4 ,6136 ,5804
,6176 ,6129 ,61o5 ,5578 ,598 ,59o9 ,61o3 ,56 ,5921 ,644 ,6o ,5888 ,61o5 ,6 ,5887 ,6195 ,6215
,5434 ,631 ,6288 ,55 ,58 ,6o86 ,6 ,5777 ,5582 ,5865 ,5881 ,536 ,6265 ,5555 ,5919 ,5894 ,5851
,6o82 ,6 ,59 ,621 ,6111 ,6321 ,6 ,6 ,6 ,6261 ,6161 ,63 ,6 ,63o4 ,59 ,5789 ,6315,6243 ,5612 ,6
,6111 ,5882 ,6316 ,59o4 ,6315 ,617 ,6415 ,5773 ,6315 ,6o46 ,6o43 ,5784 ,594 ,56 ,5961 ,551
,575 ,6451 ,5555 ,6132 ,61 ,5312 ,6 ,6 ,5894 ,6o96 ,625 ,5416 ,5795 ,5869 ,6111 ,5777 ,555 ,5769
,5876 ,6176 ,5979 ,5714 ,6o21 ,5789 ,59o9 ,5588 ,5588 ,6237 ,6195 ,57 ,63 ,5978 ,548 ,5875
,5777 ,59o4 ,5876 ,57 ,6 ,6391 ,598 ,5876 ,5714 ,5875 ,6524 ,573 ,6o63 ,5555 ,6o78 ,5957 ,631
,5729 ,5434 ,55 ,567 ,6o2 ,6383 ,6185 ,58o9 ,5619 ,625 ,6129 ,6542 ,6185 ,5684 ,567 ,62 ,5483
,6161 ,5473 ,5894 ,6 ,6363 ,5729 ,5851 ,61o5 ,64o4 ,5918 ,61 ,5638 ,5777 ,619 ,6 ,5639 ,5647
,5392 ,5473 ,5185 ,6185 ,5794 ,621 ,5894 ,5876 ,5425 ,6136 ,56 ,5393 ,55o4 ,5784 ,5978 ,5849
,6237 ,5724 ,5612 ,56o4 ,6o86 ,5816 ,5239 ,6111 ,5979 ,5894 ,55 ,5757 ,56 ,55 ,6122 ,598 ,6o21
,5777 ,5777 ,6 ,6 ,5978 ,6122 ,576 ,61 ,6111 ,5471 ,536 ,6 ,6153 ,5841 ,566 ,5384 ,5862 ,5686
,5918 ,58 ,6o2 ,5928 ,5784 ,52 ,5882 ,6o67 ,5612 ,625 ,6344 ,56 ,5922 ,5961 ,5961 ,6o19 ,6o46
,5882 ,59o4 ,6 ,5894 ,6 ,5517 ,6 ,6354 ,56 ,59 ,6333 ,6222 ,5789 ,6666 ,5851 ,5392 ,5876 ,6o78
,619 ,5777 ,5769 ,5868 ,593 ,5882 ,5686 ,5463 ,59 ,58o6 ,6137 ,6148 ,6o19 ,5918 ,5977 ,5467
,5392 ,5434 ,549 ,5416 ,536 ,5714 ,59 ,6183 ,566 ,5652 ,5777 ,5578 ,5757 ,6138 ,5747
,5434 ,5808 ,6117 ,5431 ,56 ,5625 ,5612 ,5714 ,5666 ,5869 ,6 ,5858 ,6263 ,5533 ,5955 ,62 ,6391
,5319 ,574 ,5555 ,5851 ,5818 ,625 ,5619 ,5555 ,6179 ,5833 ,5789 ,5714 ,6o21 ,5841 ,57o1 ,6274
,5773 ,5729 ,576 ,5625 ,6 ,59 ,576 ,5769 ,5714 ,6237 ,5777 ,6 ,6o24 ,593 ,5876 ,6325 ,6458 ,61

,6o2 ,5768 ,5882 ,5795 ,6o86 ,5833 ,5918 ,5686 ,5894 ,567 ,622 ,58 ,6o22 ,5978 ,5714 ,6483
,5353 ,5979 ,58o9 ,5978 ,5643 ,6 ,61 ,6o86 ,61444 ,6464 ,5666 ,6129 ,5978 ,61 ,5619 ,5356 ,5937
,5434 ,6436 ,6315 ,5647 ,6136 ,5777 ,5714 ,6o67 ,5978 ,5445 ,5445 ,59 ,6o41 ,594 ,5813 ,5416
,5263 ,59 ,5858 ,5851 ,5922 ,5937 ,5714 ,5882 ,5728 ,5544 ,5614 ,5804 ,5545 ,5913 ,552 ,5662
,5521 ,6 ,5619 ,5882 ,6122 ,6 ,5744 ,6111 ,5882 ,5416 ,6o78 ,556 ,58 ,54 ,6326 ,6111 ,5656
,5473 ,58 ,5656 ,5833 ,5555 ,6 ,6315 ,5833 ,5555 ,5787 ,5729 ,625 ,6521 ,6511 ,5353 ,5454 ,586
,5977 ,5882 ,5357 ,5487 ,54 ,6166 ,5535 ,592 ,5878 ,59 ,5695 ,5875 ,6331 ,5526 ,625 ,6436 ,6263
,5882 ,6222 ,6117 ,6236 ,6o1 ,6273 ,6221 ,62 ,6344 ,618 ,59 ,5798 ,6315 ,6243 ,5612 ,6 ,61 ,587
,6314 ,5941 ,6321 ,617 ,6414
,5972 ,582 ,6232 ,6o76 ,5714 ,6o56 ,6o64 ,6329 ,54o5 ,5466 ,6 ,6 ,56 ,6111 ,6111 ,6 ,6o56 ,5555
,5 ,5679 ,6 ,6o67 ,654 ,5666 ,5672 ,66o6 ,5538 ,6 ,5359 ,5357 ,5464 ,5747 ,5633 ,5172 ,6117
,5232 ,5543 ,6 ,6363 ,6255 ,6 ,5555 ,6066 ,5851 ,5957 ,5638 ,6 ,6o91 ,567 ,5529 ,5243 ,5632
,6o86 ,6 ,5729 ,5853 ,6o46 ,5487 ,55 ,5626 ,5666 ,5647 ,55 ,593 ,5555 ,5411 ,5913 ,5842 ,6o64
,6315 ,5978 ,5764 ,6413 ,5957 ,5888 ,51o6 ,5882 ,5679 ,6 ,6279 ,6235 ,5688 ,5666 ,6333 ,5555
,5617 ,5578 ,576 ,6 ,5862 ,5795 ,6222 ,58o6 ,5934 ,5882 ,593 ,5411 ,593 ,5833 ,593 ,5568 ,6
,5666 ,5454 ,53o6 ,6o53 ,5o58 ,5795 ,5952 ,5875 ,5666 ,5952 ,6oo2 ,6o91 ,5914 ,5747 ,5517 ,566
,5434 ,6o24 ,5789 ,5764 ,6o44 ,5862 ,5416 ,5888 ,5442 ,6 ,5543 ,573 ,5731 ,5529 ,5731 ,5804 ,593
,6o46 ,5555 ,5882 ,6o52 ,6 ,6145 ,6111 ,56o4 ,6 ,5411 ,5662 ,5625 ,5784 ,5789 ,6117 ,5789 ,5204
,593 ,5888 ,5277 ,647 ,5882 ,54o2 ,625 ,6144 ,5494 ,6o91 ,5494 ,6421 ,56o9 ,6352 ,6125 ,5777
,575 ,52 ,5888 ,6o24 ,5666 ,5543 ,5784 ,5714 ,5855 ,6 ,56o4 ,5795 ,5681 ,6 ,5473 ,5421 ,6o46
,5842 ,5789 ,6o86 ,6111 ,6162 ,5822 ,528 ,5578 ,5681 ,6 ,5434 ,5853 ,5533 ,5764 ,6 ,5666 ,5789
,5274 ,5 ,5625 ,6o24 ,5416 ,5737 ,625 ,5161 ,5172 ,5789 ,5897 ,5555 ,5529 ,5666 ,5977 ,5591
,56o4 ,5652 ,5581 ,5476 ,5568 ,5494 ,5652 ,5955 ,5529 ,6136 ,5652 ,5543 ,5632 ,5494 ,5 ,5238
,5789 ,5666 ,5764 ,5555 ,5714 ,5862 ,6315 ,5955 ,5681 ,6 ,5862 ,5632 ,6179 ,6117 ,5869 ,6122
,5619 ,5857 ,59 ,58 ,6o24 ,6219 ,6413 ,57 ,5744 ,5662 ,5473 ,6o97 ,625 ,6111 ,5819 ,6363 ,6o97
,5829 ,6136 ,5777 ,6 ,5473 ,6382 ,5862 ,6o86 ,5368 ,5543 ,5913 ,55 ,6436 ,63o4 ,6222 ,5764 ,5416
,573 ,5735 ,5473 ,6o86 ,56o4 ,5747 ,5977 ,5842 ,5393 ,6111 ,5578 ,52 ,6326 ,5777 ,534 ,5681 ,589
,5777 ,5647 ,647 ,65 ,6o24 ,6o ,56o9 ,625 ,6222 ,625 ,6oo7 ,58 ,625 ,6o46 ,6 ,6o46 ,6o97 ,6315
,6222 ,6 ,625 ,6111 ,5913 ,6 ,5882 ,5777 ,6111 ,6o46 ,6436 ,5483 ,573 ,5957 ,6222 ,6172 ,625

,5647 ,625 ,5952 ,5404 ,567 ,5789 ,5647 ,6157 ,6279 ,5842 ,6 ,5777 ,5882 ,5978 ,5517 ,5604 ,576
,6111 ,6086 ,5934 ,6091 ,6344 ,6111 ,6202 ,5882 ,6375 ,5529 ,6477 ,5909 ,5865 ,6511 ,6326 ,6111
,58 :

Zo+1E

Q3

U5oooU - ,6933 ,6756 ,5934 ,6081 ,6555 ,6727 ,5961 ,6716 ,6153 ,7285 ,6521 ,6611 ,6818
,6268 ,5818 ,6727 ,7115 ,6481 ,6666 ,5961 ,6428 ,6538 ,6913 ,61o5 ,6777 ,6271 ,7241 ,6428 ,66
,6941 ,6865 ,6716 ,67o7 ,7 ,7o37 ,6807 ,7o888 ,6841 ,6931 ,7o1 ,7 ,6824 ,6965 ,6941 ,6887 ,741
,7o58 ,6931 ,6951 ,7142 ,6923 ,7176 ,67o4 ,7 ,6235 ,666 ,6666 ,663 ,67o5 ,647 ,6666 ,6744 ,7o58
,7o58 ,7 ,6888 ,6875 ,675 ,722 ,6585 ,7294 ,72 ,7283 ,6847 ,6931 ,7o58 ,7438 ,6741 ,69o4 ,6629
,675 ,6666 ,753 ,6421 ,7176 ,69o4 ,6875 ,74o7 ,6421 ,6941 ,716 ,6547 ,72o9 ,6888 ,7333 ,6666
,7o11 ,7o58 ,67o5 ,6774 ,6874 ,6444 ,6359 ,6555 ,6777 ,67o5 ,5955 ,69o7 ,6888 ,6122 ,6785 ,7o93
,659 ,6428 ,6588 ,6631 ,6785 ,6568 ,576 ,6931 ,6842 ,6823 ,6436 ,6428 ,716 ,6741 ,6543 ,716
,6594 ,63 ,6847 ,7o58 ,641 ,7o65 ,7o11 ,6111 ,6444 ,6244 ,7215 ,65 ,67o5 ,663 ,6666 ,5977 ,6429
,5882 ,6823 ,6829 ,647 ,6555 ,6666 ,6413 ,686 ,6875 ,6962 ,656 ,6818 ,6818 ,7282 ,7176 ,7 ,7125
,6823 ,686 ,6395 ,6979 ,6896 ,67o7 ,6931 ,6875 ,6741 ,6976 ,6526 ,7o58 ,6744 ,7294 ,6222 ,6818
,6419 ,67o7 ,6483 ,6666 ,6o86 ,7294 ,6 ,63o1 ,6896 ,6395 ,6842 ,6421 ,6 ,6741
,6666 ,6829 ,6666 ,7o65 ,6117 ,6206 ,6428 ,6875 ,6419 ,657 ,6315 ,67o5 ,7 ,6444 ,64 ,7 ,647
,6842 ,6627 ,6333 ,7 ,67o5 ,6551 ,7o78 ,67o7 ,64777 ,67o5 ,6341 ,6526 ,6333 ,62o3 ,6666 ,6888
,67o3 ,67o5 ,6521 ,67o3 ,756 ,65 ,6785 ,6363 ,6666 ,6153 ,6632 ,6547 ,5952 ,647 ,6111 ,6483 ,6896
,6741 ,6166 ,6276 ,679 ,6867 ,7602 ,74o4 ,6585 ,6395 ,6966 ,6296 ,663 ,6117 ,6176 ,6666 ,7o88 ,647
,647 ,6823 ,7125 ,6823 ,6777 ,6463 ,6842 ,7o65 ,67o5 ,6321 ,6o76 ,6588 ,6341 ,5882 ,7o58 ,6326
,7564 ,6363 ,6628 ,6219 ,6666 ,6222 ,64 ,6315 ,67o4 ,679 ,6526 ,7o78 ,6265 ,6395 ,6o71 ,7 ,7o29
,6111 ,6962 ,65 ,6222 ,6395 ,6263 ,6588 ,6488 ,6521 ,6777 ,6913 ,65 ,65 ,6333 ,67o5 ,647 ,6666
,6235 ,6931 ,6777 ,61o5 ,6117 ,6666 ,6913 ,6555 ,6666 ,6o87 ,64555 ,6373 ,61o5 ,6444 ,686 ,67o7

,606 ,617 ,6666 ,675 ,647 ,6976 ,6941 ,6222 ,67o3 ,6888 ,7126 ,6813 ,6753 ,6666 ,6526 ,7o58
,6511 ,7o58 ,64 ,6666 ,7o11 ,6222 ,6781 ,6926 ,6824 ,624 ,7317 ,647 ,6111 ,6333 ,6739 ,7142
,6666 ,66666 ,6444 ,6 ,6503 ,6666 ,6235 ,67o4 ,6585 ,6739 ,6o04 ,6813 ,6823 ,6933 ,6444
,6321 ,625 ,6o21 ,57777 ,5977 ,66666 ,67o3 ,6526 ,6117 ,5746 ,6842 ,6385 ,6333 ,6458 ,6o74
,6172 ,6444 ,64 ,6562 ,6511 ,6270 ,67o7 ,6588 ,6375 ,6923 ,6666 ,6488 ,6867 ,6237 ,6625 ,675 ,7o45
,6329 ,6326 ,5747 ,6875 ,6736 ,670 ,6274 ,625 ,647 ,65993 ,6547 ,5978 ,6829 ,6555 ,663 ,6597
,647 ,647 ,63o9 ,6279 ,693 ,6555 ,6463 ,6521 ,6933 ,6631 ,65 ,67o5 ,6849 ,68 ,6866 ,7o58 ,6734
,6421 ,6629 ,6 ,6503 ,6375 ,7 ,6222 ,6823 ,659 ,7 ,647 ,7o88 ,6516 ,7o66 ,6547 ,6666 ,6941 ,6463
,6875 ,67o3 ,6875 ,6333 ,6818 ,6777 ,7179 ,6823 ,6956 ,6372 ,6725 ,6547 ,6931
,6276 ,6352 ,67o5 ,6334 ,67o7 ,7o58 ,6486 ,675 ,65 ,6511 ,675 ,647 ,6395 ,6111 ,6413 ,6744
,6666 ,641 ,6117 ,5882 ,6782 ,6863 ,6875 ,6559 ,7125 ,6521 ,6315 ,6041 ,6222 ,64 ,66666 ,6288
,675 ,63o9 ,6177 ,63o9 ,6521 ,6329 ,6521 ,6666 ,66666 ,6352 ,647 ,6172 ,6o46 ,6739 ,67o4 ,6373
,6428 ,6931 ,647 ,6363 ,5977 ,6823 ,6864 ,7 ,5888 ,6867 ,7317 ,6235 ,625 ,59o9 ,6395 ,6741 ,7317
,7 ,63o9 ,6521 ,6421 ,6932 ,6756 ,593 ,6o82 ,6555 ,6727 ,596 ,672 ,6153 ,7284 ,6512 ,661 ,682 ,6268
,67o7 ,7 ,7o3 ,6897 ,7o82 ,6842 ,6931 ,7o1 ,7 ,6824 ,6965 ,6941 ,6987 ,686 ,6394 ,6979 ,6896 ,67o
,6931 ,6875 ,6741 ,6973 ,6526 ,7o58 ,6744 ,7234
,7166 ,7o9 ,7288 ,6857 ,6451 ,6825 ,6867 ,7o42 ,6666 ,64o6 ,6461 ,6562 ,6666 ,62o2 ,62o2 ,6857
,6323 ,6578 ,6 ,6571 ,64 ,7o12 ,674 ,6623 ,6333 ,7222 ,6428 ,6375 ,5777 ,6428 ,61o3 ,6666 ,6153
,5844 ,6842 ,6428 ,5862 ,68 ,7174 ,6933 ,54 ,625 ,7432 ,67o7 ,6747 ,591 ,6455 ,6883 ,6546 ,6184 ,6142
,62o2 ,6913 ,6538 ,6538 ,6486 ,6622 ,625 ,6111 ,6 ,6206 ,6315 ,6111 ,6206 ,6578 ,6133 ,647 ,65 ,6666
,6666 ,6626 ,6363 ,71o8 ,6912 ,6625 ,5647 ,6666 ,6o52 ,675 ,6428 ,7572 ,625 ,6375 ,7125 ,647 ,6578
,6543 ,6625 ,6538 ,6801 ,6375 ,7 ,6428 ,65o6 ,625 ,6623 ,63o1 ,68 ,6829 ,6375 ,62o2 ,6623 ,6206
,6315 ,6341 ,6666 ,6166 ,6333 ,6329 ,6714 ,6623 ,6666 ,6829 ,7o66 ,66o6 ,625 ,64 ,6438 ,5952 ,6044
,647 ,6363 ,6875 ,671 ,619 ,6625 ,6333 ,671 ,6623 ,68 ,6713 ,6266 ,6438 ,6436 ,68 ,6753 ,641 ,6666
,6363 ,72 ,6941 ,7142 ,6479 ,6428 ,6571 ,6266 ,6 ,6555 ,6875 ,6933 ,625 ,625 ,6333 ,63o9 ,6129 ,723
,6666 ,5949 ,6952 ,7o83 ,6875 ,7o66 ,625 ,7o93 ,6123 ,71o5 ,7313 ,6666 ,6571 ,65 ,6625 ,6849 ,6455
,6455 ,64 ,6117 ,6o24 ,68 ,6 ,68 ,6578 ,6428 ,6666 ,6617 ,6753 ,666 ,679 ,6588 ,6962 ,6625 ,6969
,6184 ,6625 ,6329 ,6785 ,625 ,6153 ,6375 ,6621 ,6623 ,6375 ,64 ,6 ,5764 ,675 ,6578 ,6o46 ,7o42 ,7236
,5925 ,5769 ,625 ,6666 ,6329 ,6184 ,6538 ,6842 ,6118 ,6219 ,6341 ,6o75 ,6133 ,615 ,625 ,611 ,6972

,6351 ,6428 ,6410 ,6210 ,6363 ,6172 ,5625 ,6o28 ,6875 ,6538 ,6447 ,5882 ,6419 ,6623 ,6896 ,6877
,641 ,6857 ,6538 ,68o5 ,647 ,6666 ,6666 ,6666 ,6329 ,6611 ,6555 ,64444 ,66666 ,68 ,67o4 ,6627
,6352 ,6171 ,5777 ,6493 ,7o42 ,6874 ,6402 ,6666 ,6756 ,6585 ,65o6 ,623 ,68 ,6341 ,6588 ,6662
,6829 ,6210 ,6 ,647 ,6321 ,7272 ,7125 ,7 ,6533 ,65 ,65 ,6044 ,6341 ,6746 ,6o7 ,6483 ,65 ,6582
,64 ,67o7 ,6235 ,6o46 ,6813 ,65 ,6266 ,6329 ,6511 ,65 ,64 ,7o51 ,7323 ,6756 ,6898 ,6133 ,7o42
,6829 ,6741 ,6305 ,6373 ,7o42 ,5753 ,,6585 ,6842 ,6578 ,7317 ,6913 ,6896 ,6923 ,7o51 ,6626 ,675
,6849 ,6117 ,6875 ,7222 ,67o7 ,6333 ,6582 ,6666 ,6829 ,6756 ,641 ,6 ,7o51 ,7142 ,5952 ,625 ,6444
,64 ,679 ,71o5 ,6341 ,64777 ,65 ,6578 ,679 ,6578 ,64555 ,6543 ,6875 ,7 ,6428 ,726 ,6781 ,6875 ,7
,6849 ,7o83 ,6527 ,6785 ,6582 ,6421 ,7 ,6931 ,647 ,6823 :

Zo+1EU6ooo .

$Q_4$

U6ooo!! = ,6574 ,6459 ,6633 ,6172 ,68 ,628 ,6249 ,6451 ,6621 ,6191 ,6578 ,6433 ,63o1 ,6516
,6129 ,6208 ,64 ,629 ,64 ,6194 ,624 ,6349 ,6526 ,6178 ,649 ,5846 ,7142 ,625 ,63o9 ,625 ,6369
,6153 ,67o2 ,65o2 ,5729 ,58 ,6o65 ,6395 ,6473 ,6o3 ,6362 ,6o54 ,638 ,642 ,6526 ,5857 ,6577
,61o2 ,6263 ,6o48 ,6298 ,6451 ,67777 ,6741 ,6o54 ,5728 ,5928 ,6461 ,6197 ,6521 ,68 ,6486 ,683
,5742 ,6145 ,6451 ,6629 ,6111 ,5658 ,6573 ,654 ,653 ,6497 ,6333 ,6417 ,655 ,6595 ,6767 ,6666
,6684 ,6o34 ,6153 ,6593 ,6238 ,6439 ,6o1 ,6227 ,6318 ,67o1 ,6737 ,6o43 ,7 ,6o19 ,6195 ,61o4
,6294 ,6256 ,6o77 ,645 ,665 ,6216 ,6579 ,576 ,6287 ,6536 ,642 ,66 ,6859 ,61 ,6185 ,6421 ,6443
,6684 ,67o3 ,6463 ,638 ,6214 ,6421 ,6354 ,6683 ,66o1 ,6229 ,6559 ,679 ,64 ,635 ,6428 ,625 ,635
,63 ,6333 ,6577 ,6315 ,6368 ,6256 ,6122 ,6139 ,5969 ,6497 ,6666 ,6242 ,6717 ,6o45 ,5756 ,6666
,6342 ,6544 ,6736 ,677 ,6161 ,6585 ,6632 ,6557 ,6354 ,6486 ,6496 ,595 ,63 ,6831 ,6461 ,677 ,64
,6373 ,6149 ,6459 ,6574 ,6544 ,6631 ,6757 ,6944 ,6594 ,6521 ,64o3 ,683 ,6486 ,6146 ,6351 ,6648
,6761 ,6475 ,6769 ,6862 ,6358 ,6683 ,6o48 ,647 ,651 ,6488 ,6792 ,64o7 ,6216 ,6774 ,68 ,6211
,7333 ,6411 ,5789 ,6559 ,6277 ,6354 ,6153 ,6862 ,6495 ,6765 ,65 ,6368 ,6388 ,663 ,6429 ,6o91

,6238 ,6o78 ,6362 ,6388 ,6o97 ,625 ,64o8 ,6451 ,6861 ,6451 ,6139 ,651 ,5668 ,6446 ,625 ,6225

,6432 ,65o5 ,6o5 ,6326 ,6263 ,6o75 ,6341 ,6o97 ,6467 ,6484 ,6435 ,6592 ,666 ,6417 ,6594 ,6161

,6414 ,6467 ,6183 ,6726 ,621 ,6158 ,6382 ,6388 ,6565 ,638 ,6417 ,6237 ,6842 ,6756 ,6o91 ,6424

,6486 ,6379 ,6166 ,6166 ,625 ,61 ,612 ,6571 ,6428 ,645 ,65 ,6o99 ,6341 ,5766 ,6o45 ,5555 ,6255

,5656 ,5858 ,6o6 ,6382 ,67o3 ,6633 ,64 ,6 ,6273 ,6944 ,6 ,6 ,6318 ,6 ,6162 ,5752 ,6461 ,5714

,6569 ,5581 ,5922 ,6o6 ,6315 ,6439 ,63o7 ,5818 ,6682 ,6813 ,6117 ,578 ,61o8 ,6216 ,6149

,5825 ,643 ,6268 ,6486 ,615 ,595 ,65 ,63o2 ,6414 ,6331 ,6166 ,6o98 ,683 ,629 ,5764 ,62133

,6521 ,65o5 ,6o52 ,641 ,6685 ,5841 ,6421 ,6417 ,6683 ,6o38 ,6349 ,6o93 ,6565 ,641 ,6485 ,6146

,615 ,6111 ,6 ,5888 ,6473 ,66 ,6421 ,615 ,6451 ,6o54 ,6236 ,6963 ,6594 ,6372 ,6473 ,6237 ,6782

,6353 ,6315 ,63 ,6318 ,6127 ,6o91 ,6162 ,6217 ,6o98 ,6315 ,6451 ,6565 ,6217 ,6327 ,6o14 ,5714

,6534 ,625 ,6237 ,6486 ,6152 ,6o6 ,65 ,625 ,6973 ,6833 ,6373 ,6486 ,6666 ,6685 ,6666 ,63 ,6484

,586 ,6428 ,6137 ,5948 ,625 ,5299 ,6594 ,6716 ,6277 ,6467 ,5518 ,6755 ,6o32 ,6161 ,6117 ,5581

,58 ,6o43 ,6476 ,6823 ,6o47 ,55o5 ,6724 ,6523 ,5937 ,6344 ,592 ,6313 ,5953 ,6485 ,5897 ,6555

,6153 ,6216 ,6422 ,597 ,6 ,6616 ,589 ,65 ,5666 ,64555 ,6176 ,5748 ,61o5 ,6417 ,6453 ,62 ,625

,5572 ,6368 ,6148 ,621 ,595 ,6217 ,691 ,6162 ,6315 ,6o65 ,585 ,6569 ,6324 ,64 ,6157 ,621 ,642

,6o5 ,5789 ,5475 ,6354 ,6153 ,6182 ,6611 ,6318 ,6o49 ,7o27 ,6647 ,6315 ,6161 ,5744 ,6483 ,6385

,64 ,681 ,662 ,6629 ,6789 ,6649 ,6153 ,67o2 ,6467 ,6263 ,5989 ,6489 ,5942 ,6382 ,5789 ,6134 ,631

,6512 ,6338 ,6116 ,6666 ,65o9 ,7 ,6o97 ,6192 ,6441 ,6162 ,5688 ,6815 ,6842 ,65 ,62 ,6382 ,66o6

,6345 ,6294 ,63 ,611 ,6315 ,6611 ,6344 ,58o6 ,6287 ,6414 ,6343 ,6473 ,6315 ,6578 ,6145 ,6354

,5545 ,6666 ,6414 ,6593 ,645 ,6368 ,6497 ,5277 ,663 ,6368 ,6111 ,6895 ,624 ,6178 ,6o54 ,6574

,6459 ,6632 ,6172 ,68 ,6281 ,6248 ,6451 ,6621 ,6181 ,6587 ,6423 ,63o1 ,6516 ,67o2 ,65o2 ,5729

,581 ,6o5 ,6395 ,6472 ,6o38 ,6362 ,6o5 ,638 ,6419 ,6526 ,6146 ,6459 ,658 ,6545 ,663 ,6757 ,6944

,6594 ,652 ,64 ,683 ,649 ,615

,6533 ,6518 ,6569 ,6666 ,6413 ,6333 ,6827 ,7o48 ,617 ,6337 ,65o5 ,6275 ,6277 ,6o47 ,6o47 ,658

,6712 ,6o57 ,6181 ,6121 ,6529 ,6529 ,6397 ,5989 ,5926 ,6348 ,6o15 ,6588 ,6229 ,6625 ,6488 ,646

,6513 ,6222 ,6395 ,5942 ,6666 ,6416 ,6169 ,6686 ,6797 ,6216 ,6o71 ,6327 ,5915 ,6594 ,6767 ,6263

,62o5 ,6193 ,5813 ,6333 ,6744 ,647 ,6222 ,6127 ,6666 ,6545 ,62o3 ,6583 ,6o77 ,647 ,6443 ,6 ,614

,6764 ,6384 ,642 ,6686 ,6315 ,6111 ,6o34 ,625 ,6271 ,6453 ,6486 ,63o3 ,64o7 ,64o8 ,6342 ,625 o

,6138 ,6166 ,6o43 ,6128 ,6374 ,5989 ,6373 ,614 ,6312 ,5674 ,5978 ,6373 ,6467 ,6o57 ,593 ,59o9

,6491 ,5937 ,6686 ,6529 ,6668 ,62o1 ,6285 ,625 ,67o5 ,6o69 ,6318 ,67o4 ,63o3 ,6342 ,5823 ,6778
,6298 ,6666 ,6o43 ,6358 ,5941 ,6373 ,6172 ,6o89 ,6588 ,6216 ,6783 ,6o31 ,64o9 ,6114 ,6o21 ,6318
,6o67 ,6728 ,6o55 ,5747 ,66 ,5748 ,5924 ,6o21 ,6o24 ,6346 ,6111 ,64 ,6 ,5852 ,6318 ,6162 ,5988
,6287 ,61o5 ,6166 ,6o6 ,6111 ,6o58 ,6o57 ,6353 ,6o89 ,6444 ,593 ,613 ,6111 ,6432 ,6179 ,64 ,655
,6o54 ,6o36 ,6287 ,6282 ,625 ,6625 ,625 ,6318 ,6176 ,6o89 ,6388 ,6441 ,625 ,64 ,6121 ,6333 ,6184
,6333 ,6243 ,6166 ,61o7 ,5828 ,6823 ,67o2 ,6686 ,6444 ,66o7 ,7oo6 ,6153 ,6349 ,5666 ,6o98 ,5945
,6231 ,627 ,6o46 ,6162 ,6236 ,6417 ,6324 ,627 ,6555 ,5988 ,6182 ,6666 ,7o58 ,621 ,6562 ,6111
,6o5 ,6166 ,5828 ,5944 ,6549 ,6756 ,6536 ,6222 ,6857 ,6181 ,647 ,5878 ,6756 ,6494 ,6315 ,6836
,6514 ,629 ,6385 ,647 ,6347 ,5952 ,6417 ,5944 ,6121 ,6414 ,6428 ,6277 ,6581 ,6277 ,6 ,5888
,6111 ,6312 ,6823 ,6395 ,6338 ,6294 ,64o6 ,6433 ,68 ,6765 ,6626 ,6833 ,6777 ,6256 ,6111 ,65
,5878 ,6176 ,6235 ,6868 ,5828 ,6629 ,5941 ,6282 ,6516 ,6756 ,6569 ,6444 ,6166 ,6388 ,6611 ,65
,6593 ,6o43 ,6842 ,6333 ,6153 ,6514 ,6432 ,6195 ,6477 ,5843 ,64o8 ,6467 ,6432 ,593 ,6o43 ,5987
,6529 ,6333 ,5428 ,6o77 ,6479 ,6279 ,6321 ,6489 ,6111 ,6333 ,6176 ,6379 ,6o98 ,6589 ,625 ,6o58
,6325 ,6o52 ,6368 ,663 ,6414 ,6235 ,641 ,6214 ,6114 ,6491 ,6593 ,6179 ,6684 ,6866 ,6486 ,6417
,6o3 ,6257 ,6571 ,6534 ,6447 ,64 ,6111 ,6369 ,6222 ,6486 ,6761 ,6648 ,66o6 ,625 ,61o4 ,63o6 ,
,6o43 ,6543 ,6626 ,6818 ,6571 ,6162 ,6612 ,6457 ,5882 ,6514 ,6491 ,6333 ,6373 ,6256 ,6741 ,6395
,6158 ,6324 ,6o54 ,65 ,57o5 ,6395 ,6o58 ,6363 ,6198 ,6o54 ,6896 ,6476,6315 ,6354 :

Zo+1E

Q5

U7oooU = ,7 ,6875 ,7o92 ,662 ,7351 ,6333 ,6666 ,6944 ,69o1 ,688 ,6896 ,6814 ,6715 ,6972 ,6785
,6666 ,6956 ,6666 ,6837 ,6795 ,662 ,6722 ,695 ,6517 ,71o5 ,6o8 ,75 ,6666 ,6687 ,6756 ,68o2 ,6551
,7243 ,68 ,6o22 ,61o5 ,6453 ,6626 ,6648 ,6971 ,6752 ,6292 ,671 ,6779 ,685 ,63o7 ,6833 ,6397 ,6551
,7166 ,6717 ,6857 ,7o93 ,6976 ,641 ,621 ,6378 ,681 ,6611 ,6857 ,681 ,6857 ,71o2 ,6333 ,6547 ,6666
,69o4 ,647 ,61o5 ,6923 ,6914 ,7312 ,6764 ,67o5 ,6486 ,6894 ,6976 ,7o96 ,7o58 ,6944 ,6363 ,6486
,7o58 ,655 ,6833 ,6529 ,65 ,6764 ,7o27 ,7 ,6395 ,7325 ,6722 ,6864 ,63o3 ,6813 ,6777 ,6666 ,6961

,7 ,657 ,6983 ,641 ,6822 ,7282 ,6857 ,6792 ,6893 ,6777 ,6857 ,67o3 ,6868 ,69o6 ,6892 ,63333
,67 ,6432 ,6666 ,6576 ,7297 ,7157 ,6477 ,6815 ,7333 ,6828 ,6684 ,6796 ,6593 ,6684 ,6631 ,67o5
,6833 ,6666 ,6736 ,6777 ,6666 ,6734 ,6428 ,7o333 ,7o17 ,6628 ,7o74 ,73o7 ,621 ,7o58 ,6529 ,69o6
,7111 ,71o3 ,6815 ,71o5 ,6842 ,6976 ,67o3 ,6666 ,6666 ,6397 ,6631 ,734 ,67774 ,7182 ,6588 ,6474
,6774 ,6775 ,68 ,6867 ,7 ,71o2 ,7352 ,6971 ,6779 ,6914 ,71o2 ,6857 ,6631 ,6593 ,7o69 ,6918 ,6741
,7o58 ,7222 ,6666 ,718 ,62 ,6937 ,7395 ,71o5 ,7o56 ,6768 ,6534 ,7o93 ,681 ,67o4 ,7542 ,6836 ,6285
,674 ,68o7 ,67o3 ,64 ,7224 ,681 ,62o8 ,7222 ,6722 ,68o6 ,6971 ,6763 ,6424 ,6894 ,6595 ,6752 ,66o9
,6685 ,6666 ,6823 ,6741 ,7166 ,6666 ,66 ,6944 ,6o57 ,6833 ,6756 ,6643 ,7 ,6911 ,647 ,6597 ,67o5
,6833 ,693 ,6793 ,6598 ,6926 ,68o6 ,6o32 ,7o38 ,6857 ,6932 ,663 ,6865 ,6777 ,6648 ,6975 ,6489
,6578 ,7o17 ,6969 ,6989 ,67 ,6593 ,6737 ,6989 ,71o2 ,6521 ,6969 ,7o58 ,6686 ,6453 ,6823 ,6613
,6354 ,67o5 ,6969 ,6852 ,6861 ,6842 ,6416 ,677 ,6228 ,6369 ,6666 ,6439 ,6153 ,6373 ,6417 ,67o3
,7176 ,6978 ,6627 ,6494 ,7 ,7225 ,6237 ,6315 ,6647 ,6342 ,6625 ,6294 ,6923 ,6315 ,6969 ,6538
,6558 ,6432 ,6976 ,6947 ,6754 ,6736 ,721 ,7o85 ,6497 ,6o6 ,6457 ,6571 ,6534 ,6417 ,6833 ,67o2
,6857 ,6833 ,6432 ,6984 ,6815 ,6338 ,6789 ,6777 ,6727 ,6955 ,65 ,6417 ,6968 ,6916,7o39 ,646
,6868 ,7134 ,6555 ,6777 ,6779 ,7o81 ,6387 ,6666 ,6392 ,6951 ,6566 ,6894 ,6631 ,6473 ,6395 ,6451
,6369 ,67o2 ,6874 ,7oo5 ,6684 ,6593 ,6292 ,6444 ,7218 ,6931 ,6684 ,6648 ,6562 ,721 ,6764 ,6818
,681 ,6571 ,6544 ,6666 ,6589 ,6481 ,6419 ,6741 ,6828 ,6951 ,6593 ,6549 ,6755 ,6451 ,6927 ,6o91
,6923 ,6936 ,6779 ,6368 ,67o1 ,6885 ,7588 ,6929 ,6987 ,6741 ,72o4 ,6882 ,6896 ,681 ,6993 ,63 ,6842
,6744 ,6388 ,672 ,6262 ,7o93 ,7297 ,6848 ,6951 ,582 ,7134 ,6235 ,6524 ,6534 ,6o91 ,6373 ,647 ,7o46
,7o3 ,6512 ,6 ,7o9 ,6857 ,64o5 ,6483 ,6263 ,6842 ,6368 ,6894,63o2 ,6941 ,6488 ,6388 ,693 ,6648
,6514 ,683 ,6333 ,68o6 ,5964 ,6777 ,6562 ,6176 ,6444 ,6521 ,6779 ,6526 ,6648 ,5957 ,68444 ,6547
,6555 ,6296 ,6593 ,7173 ,67o5 ,6666 ,6453 ,6256 ,6956 ,6647 ,6736 ,65 ,6629 ,6766 ,6368 ,6111
,5892 ,6614 ,6521 ,6534 ,6959 ,6593 ,6341 ,7222 ,7o9 ,6666 ,6632 ,6171 ,69 ,6547 ,6787 ,7241 ,6993
,7o58 ,7166 ,7o55 ,6588 ,6888 ,6989 ,6761 ,64 ,6777 ,6473 ,6764 ,6285 ,6611 ,6833 ,6977 ,6823
,6631 ,6888 ,7o76 ,7368 ,6578 ,6489 ,68o9 ,6263 ,6169 ,7325 ,73o3 ,6685 ,6738 ,6979 ,6938 ,683
,6813 ,681 ,647 ,6666 ,6874 ,6742 ,6666 ,6615 ,6972 ,682 ,6648 ,66666 ,6983 ,6555 ,6777 ,6488 ,6976
,647 ,6783 ,7o49 ,665 ,6969 ,5588 ,6815 ,6914 ,6432 ,7o58 ,67o5 ,6894 ,6222 ,7o ,687 ,7o9 ,6623
,735 ,6333 ,6666 ,6944 ,69 ,6888 ,6896 ,6814 ,672 ,697 ,724 ,68 ,6o2 ,61o5 ,645 ,663 ,665 ,697

,675 ,6292 ,674 ,678 ,685 ,6774 ,6775 ,681 ,6877 ,7 ,71 ,7353 ,6971 ,678 ,6915 ,71o3 ,6858
,663

,7153 ,6884 ,6923 ,7o96 ,7o45 ,7o47 ,7257 ,7o48 ,6692 ,6569 ,6978 ,6764 ,6615 ,63o3 ,63o3 ,6986
,7 ,64o6 ,658 ,6644 ,6851 ,67o3 ,6611 ,64 ,64 ,7o19 ,6416 ,7 ,6471 ,6845 ,6987 ,67 ,7o71 ,6511
,6626 ,64o6 ,6976 ,6727 ,6969 ,7187 ,6994 ,6571 ,658 ,6588 ,6666 ,6931 ,7o55 ,6531 ,6685 ,6494
,6176 ,65o3 ,7o73 ,6875 ,6588 ,6625 ,6832 ,6792 ,6553 ,6927 ,647 ,6666 ,6666 ,6186 ,6562 ,6927
,6647 ,6848 ,7o62 ,6557 ,647 ,6176 ,6857 ,6666 ,6727 ,66666 ,67o9 ,6729 ,6783 ,6894 ,69o7 ,65o2
,6646 ,6529 ,6593 ,66o6 ,6511 ,6628 ,6562 ,7214 ,6o84 ,6395 ,6628 ,68 ,6463 ,6181 ,6265 ,6851
,6229 ,6427 ,7o25 ,69o9 ,6529 ,6585 ,6593 ,7165 ,6441 ,6664 ,686 ,6666 ,66o7 ,6o73 ,7228 ,6551
,6896 ,6395 ,6645 ,6516 ,6388 ,6387 ,6473 ,6956 ,6571 ,725 ,6477 ,6946 ,6666 ,64 ,68o4 ,639
,7o77 ,6566 ,625 ,6931 ,6176 ,6181 ,6358 ,625 ,6827 ,647 ,6564 ,6375 ,6247 ,6686 ,65o3 ,6451 ,6562
,6373 ,6492 ,625 ,647 ,6437 ,7o3 ,6534 ,6333 ,6628 ,638 ,6496 ,6285 ,6666 ,6666 ,6787 ,6941 ,6473
,6428 ,6887 ,6712 ,6547 ,6794 ,6756 ,646 ,6562 ,6411 ,6571 ,69o9 ,6882 ,6787 ,6516 ,69o9 ,6524
,67o5 ,6558 ,6453 ,6375 ,6257 ,7o3 ,7325 ,6927 ,6987 ,6851 ,7586 ,6511 ,6857 ,6 ,6491 ,6332
,6585 ,6941 ,63o3 ,6385 ,6628 ,6593 ,6882 ,6628 ,6842 ,6578 ,6388 ,7142 ,75 ,6555 ,7184
,647 ,6418 ,6547 ,6562 ,6294 ,6829 ,7226 ,68o2 ,6549 ,7228 ,6623 ,6937 ,6294 ,71o2 ,6647 ,675
,6914 ,6867 ,65 ,6751 ,6875 ,7o19 ,6172 ,6857 ,6294 ,6733 ,647 ,68o2 ,6712 ,6825 ,642 ,6562
,6286 ,65o8 ,6733 ,716 ,6666 ,6628 ,6813 ,6938 ,6814 ,7351 ,6418 ,7o97 ,7o96 ,7o93 ,6685 ,647
,6684 ,6o39 ,6488 ,6625 ,73o9 ,6181 ,6779 ,6312 ,65 ,6623 ,6944 ,6647 ,6628 ,66o7 ,6764 ,7
,6969 ,7o58 ,647 ,7142 ,6927 ,6473 ,6951 ,6748 ,67o5 ,69o9 ,6381 ,6863 ,6878 ,68 ,6455 ,647 ,6167
,7o7 ,67o5 ,5758 ,6432 ,6864 ,6627 ,6875 ,65 ,6395 ,6569 ,6521 ,6531 ,625 ,6867 ,6562 ,628
,6562 ,6353 ,6914 ,6815 ,6972 ,6625 ,6566 ,6374 ,6484 ,6951 ,6857 ,647 ,7142 ,6959 ,6856 ,6593
,6666 ,68 ,6969 ,6764 ,6937 ,6787 ,6666 ,6645 ,6549 ,6666 ,7 ,7151 ,67o6 ,6666 ,6363 ,6727 ,6285
,6857 ,6875 ,7o58 ,6927 ,6543 ,6874 ,6848 ,625 ,67o5 ,6768 ,6725 ,659 ,6511 ,6976 ,679 ,66o6 ,65
,651 ,67o9 ,61 ,66666 ,6358 ,6588 ,6625 ,6222 ,7o58 ,6648 ,6666 ,6777

:

Zo+1E

Zur Auswertung dieser Quotienten werden die "Produkt - Moment - Korrelationskoeffizienten" berechnet (s. Hofstätter, Sozialpsychologie, Göschen 104, S. 82).

Hierzu ein kurzes Beispiel:
Die Aufgabenstellung sei, zwei verschiedene Objekte (1) und (2) mit Hilfe von Messungen zu vergleichen. Hat man eine Anzahl bestimmter Eigenschaften gemessen - etwa Länge x, Farbe y usw. - , so kann man den Grad der Übereinstimmung am "Produkt - Moment - Korrelationskoeffizienten" ablesen. Dieser kann zwischen -1 und +1 liegen. Ein Koeffizient r= +1 bedeutet eine unbedingte Abhängigkeit der beiden Meßgrößen voneinander, ein Koeffizient r = 0 keinerlei Zusammenhang bzw. Abhängigkeit (im Sinne von je mehr (1), desto weniger (2) ).

Diese Koeffizienten sollen nun beim Vergleich der Intelligenz mit gewissen Knochenlängenquotienten verwendet werden.

Objekt (1) sei hier die Intelligenz als abstrakter Begriff; die Meßwerte des Objektes $x_1$; $y_1$; ... $z_1$ sind die konkreten Intelligenzen der einzelnen Testpersonen. Objekt (2) ist ein Knochenlängenquotient; die Meßwerte des Objektes $x_2$; $y_2$; ... $z_2$ sind die einzelnen Quotienten bei den Testpersonen. Es sollen vier verschiedene Quotienten verglichen werden, also (2), (3), (4) und (5) mit (1).

(1) = Intelligenz
(2) = $Q_2$
(3) = $Q_3$
(4) = $Q_4$
(5) = $Q_5$

Als Nebenergebnis der Rechnung fällt ein Vergleich der Quotienten (2) bis (5) untereinander ab.

Man kann nun zwei Messungen, beide beispielweise in kg., ohne weiteres vergleichen. Um eine Intelligenzmessung mit einem

Längenquotienten vergleichen zu können, müssen sich die Meßwerte, zumindest zahlenmäßig, auf die gleiche Skala beziehen. Das ist hier nicht der Fall. Daher ist eine Umrechnung notwendig. Es empfiehlt sich, die in der Meinungsforschung oft verwendete Skala von "Lickert" (Arch. Psychologie, 1932), die die Stufen 1 bis 7 aufweist, anzuwenden. Dabei ist 1 der kleinste, 7 der größte vorkommende Wert.

Sind also I die ermittelten Intelligenzwerte, so ergeben sich nach der neuen Skala für die I:

$$x_1, y_1, \dots z_1 = \frac{6I + ( I_{Max} - 7 I_{Min} )}{I_{Max} - I_{Min}}$$

Das bedeutet nichts anderes als:
1 = unintelligent
3 = wenig intelligent
5 = intelligent
7 = sehr intelligent

Sind $Q_2 \dots Q_5$ die verschiedenen Quotienten, so ergibt sich entsprechend, etwa für die $Q_2$:

$$x_2, y_2 \dots z_2 = \frac{6 Q_2 + ( Q_{2\,Max} - 7 Q_{2\,Min} )}{Q_{2\,Max} - Q_{2\,Min}}$$

Das Gleiche gilt für die $Q_3$, die $Q_4$ und die $Q_5$.

Nach Ausführung der Transformation ergibt sich eine Zusammenstellung der Art:

| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |
|---|---|---|---|---|---|
| Person x | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
| Person y | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$ |
| . | | | | | |
| . | | | | | |
| . | | | | | |
| Person z | $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ | $z_4$ | $z_5$ |

Man berechnet nun die Mittelwerte $M_i$ und die Dispersionsmaße $S_i$ für die Spalten i = 1 ... 5 zu:

$$M_i = \frac{x_i + y_i + \dots z_i}{N}, \text{ wobei N = die Anzahl der gemessenen Personen ist.}$$

$$S_i = \sqrt{(M_i - x_i)^2 + (M_i - y_i)^2 + \dots + (M_i - z_i)^2}$$

Die Übereinstimmung des Objektes i mit dem Objekt j (Spalten i und j) gibt dann das "Osgoodsche Distanzmaß" an:

$$D_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + \dots + (z_i - z_j)^2}$$

Die Korrelationskoeffizienten errechnen sich daraus dann zu:

$$r_{ij} = \frac{D_{ij}^2 - N (M_i - M_j)^2 - (S_i - S_j)^2}{2 S_i S_j}$$

Die Berechnung der $M_i$, $S_i$ und $D_{ij}^2$ werden mit Hilfe eines Digitalrechners "Zuse Z 23" ausgeführt und ergeben:

Männer

| $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $M_5$ |
|---|---|---|---|---|
| 4,785o9532 | 3,63667o66 | 3,77o62132 | 4,1o1o132o | 4,1o871549 |
| $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | $S_5$ |
| 46,79o51o8 | 25,11o5738 | 25,o129217 | 2o,8989586 | 23,6997404 |
| $D_{12}^2$ | $D_{13}^2$ | $D_{14}^2$ | $D_{15}^2$ | $D_{23}^2$ |
| 1466,34oo4 | 1782,27189 | 2522,25944 | 2675,9446o | 312,o96573 |
| $D_{24}^2$ | $D_{25}^2$ | $D_{34}^2$ | $D_{35}^2$ | $D_{45}^2$ |
| 98o,865254 | 1133,991o6 | 996,251677 | 1o74,25515 | 17o,641166 |

Frauen

| $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $M_5$ |
|---|---|---|---|---|
| 4,1o7438o1 | 3,99835ɜo2 | 4,1834429o | 4,27591947 | 4,oo87ooɔ2 |
| $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | $S_5$ |
| 39,38o3242 | 2o,9914986 | 18,2691789 | 18,71o7976 | 17,291o49o |
| $D^2_{12}$ | $D^2_{13}$ | $D^2_{14}$ | $D^2_{15}$ | $D^2_{23}$ |
| 523,216644 | 923,o52897 | 1642,6o8oo | 168o,o5381 | 234,438239 |
| $D^2_{24}$ | $D^2_{25}$ | $D^2_{34}$ | $D^2_{35}$ | $D^2_{45}$ |
| 661,6o7o5o | 626,985219 | 646,963924 | 582,542ɪo8 | 123,3o2313 |

Männer + Frauen

| $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $M_5$ |
|---|---|---|---|---|
| 4,5234o424 | 3,8424892o | 4,16492289 | 4,o766o8o9 | 4,12895119 |
| $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | $S_5$ |
| 61,9877ɔo3 | 29,6481793 | 27,6ɜ54469 | 25,6457ɪo5 | 28,8377531 |
| $D^2_{12}$ | $D^2_{13}$ | $D^2_{14}$ | $D^2_{15}$ | $D^2_{23}$ |
| 1853,8o255 | 2359,9415o | 4o81,92851 | 4258,92476 | 513,1o77o9 |
| $D^2_{24}$ | $D^2_{25}$ | $D^2_{34}$ | $D^2_{35}$ | $D^2_{45}$ |
| 1279,12296 | 1496,922o2 | 1282,25489 | 137o,o4o69 | 249,53o839 |

Daraus ergeben sich die auf S. 24 angegebenen Korrelationskoeffizienten r.

Männer

| | i = 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| j = 1 | x | 0,90 | 0,70 | 0,19 | 0,15 |
| 2 | | x | 0,76 | 0,20 | 0,16 |
| 3 | | | x | 0,17 | 0,15 |
| 4 | | | | x | 0,84 |
| 5 | | | | | x |

Frauen

| | i = 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| j = 1 | x | 0,89 | 0,67 | 0,18 | 0,13 |
| 2 | | x | 0,72 | 0,20 | 0,16 |
| 3 | | | x | 0,06 | 0,10 |
| 4 | | | | x | 0,82 |
| 5 | | | | | x |

Männer + Frauen

| | i = 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| j = 1 | x | 0,90 | 0,69 | 0,19 | 0,15 |
| 2 | | x | 0,75 | 0,20 | 0,17 |
| 3 | | | x | 0,10 | 0,14 |
| 4 | | | | x | 0,84 |
| 5 | | | | | x |

Die Korrelationskoeffizienten sagen etwas darüber aus, inwieweit gewisse Eigenschaften zweier gemessener Objekte zusammenhängen. Vollkommener Zusammenhang bedeutet r = 1, keinerlei Zusammenhang r = 0. Dabei bleibt vollkommen offen, welcher Art der Zusammenhang ist.

Aus den Tabellen der Korrelationskoeffizienten erkennen wir eine starke Abhängigkeit zwischen den Objekten 1 und 2, 1 und 3, 4 und 5. Um nun diese Abhängigkeit zu deuten, muß eine Faktoranalyse durchgeführt werden. - Da diese Abhängigkeit in vollkommen gleichem Maße bei den Männern allein, den Frauen allein und bei beiden zusammen auftritt, wird in der Folge nur das Zahlenmaterial für Männer und Frauen gesamt weiter verarbeitet. - Die Analyse wird nach der "Centroid Method of Factoring" von L.L. Thurstone durchgeführt und ergibt zwei Faktoren $F_1$ und $F_2$, auf die die erkannten Zusammenhänge zurückzuführen sind:

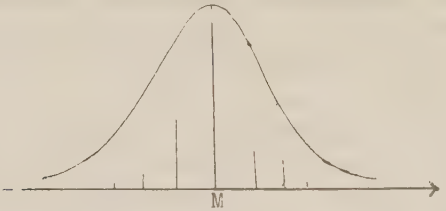
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $F_1$ | $F_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | o,9o | o,69 | o,19 | o,15 | o,8o | o,49 |
| 2 | o,9o | | o,75 | o,2o | o,17 | o,83 | o,51 |
| 3 | o,69 | o,75 | | o,1o | o,14 | o,69 | o,44 |
| 4 | o,19 | o,2o | o,1o | | o,84 | o,61 | -o,67 |
| 5 | o,15 | o,17 | o,14 | o,84 | | o,61 | -o,68 |

An dieser Stelle vielleicht noch einige Bemerkungen zur Methodik der Korrelationsrechnung:
Im Allgemeinen erwartet man nach einer Meßreihe und einer Mittelwertbildung auch eine Berechnung der Streuung der Meßwerte. Darnach wird man hier vergeblich suchen und aus diesem Grunde sei nochmals das Charakteristische der Berechnungsmethode hervorgehoben.

Mißt man bei jedem untersuchten Objekt nur eine Eigenschaft, wie z.B. die Körpergröße von Menschen, so lassen sich die

Objekte durch die gemessene Eigenschaft in einer bestimmten Reihenfolge anordnen (lineare Anordnung).

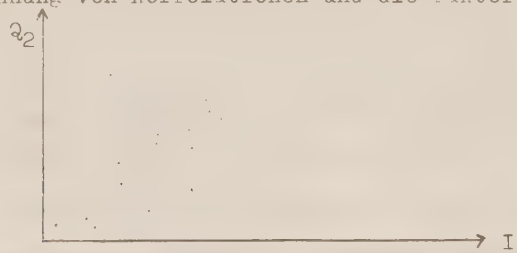
1)




Hier erhält man die bekannten Verteilungskurven, kann einen Mittelwert errechnen und auch das Streuungsquadrat, also die durchschnittliche Abweichung von diesem Mittel (M).

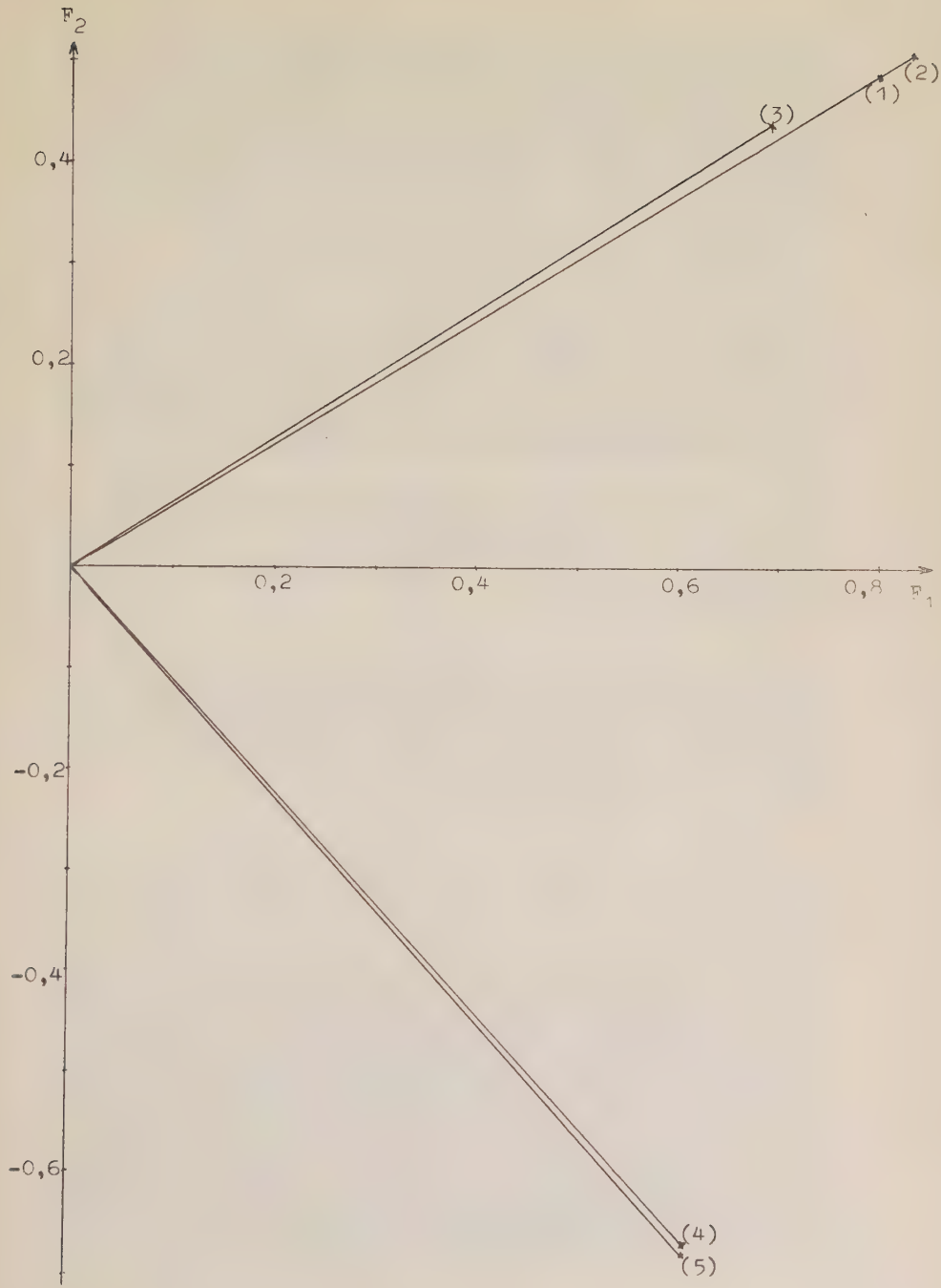
In dieser Untersuchung wurde aber jeweils das gleichzeitige Auftreten von zwei Eigenschaften gemessen. Meßergebnisse solcher Art lassen sich nur zweidimensional darstellen und ihre Auswertung erfordert andere Berechnungsmethoden, eben die Berechnung von Korrelationen und die Faktoranalyse.

2)




Einer großen Ordinate im Bild (1) würde im Bild (2) eine größere Anhäufung von Punkten entsprechen. Die anderen Methoden erfordern andere Begriffsbildungen und so erfährt auch der Begriff der Streuung eine Abwandlung. Diese Abwandlung ist in den vorgetragenen Formeln mitverwandt.

Die zwei ermittelten Faktoren $F_1$ und $F_2$ gestatten nun folgende Darstellung:
Man kann ein Koordinatensystem mit den Achsen $F_1$ und $F_2$ zeichnen. Die untersuchten Objekte (Intelligenz = 1 usw.) lassen sich als Vektoren in dieses System einzeichnen, und zwar beträgt die $F_1$-Komponente von (1) o,8o , die $F_2$-Komponente von (1) o,49 usw. Das ergibt folgende Darstellung:


F2
0,4
0,2
0,2
0,4
0,6
0,8
F1
-0,2
-0,4
-0,6
(1)
(2)
(3)
(4)
(5)

Aus der Zeichnung auf Seite 27 ersieht man, daß sich die Objekte (1), (2) und (3) vollkommen gleichförmig verhalten, andererseits auch die Objekte (4) und (5). Zwischen diesen beiden Gruppen besteht jedoch keinerlei Zusammenhang, was durch das Rechtwinkligstehen angedeutet wird.

Dabei kommt man zu folgendem Schluß:

Mit wachsender Intelligenz (Meßobjekt 1) wächst auch die relative Mittelfingerlänge ohne Mittelhand- und Handwurzelknochen (Meßobjekt 2), sowie die relative Mittelfingerlänge mit Mittelhand- und Handwurzelknochen (Meßobjekt 3).

Weiterhin wächst mit der relativen Zeigefingerlänge ohne Mittelhand- und Handwurzelknochen (Meßobjekt 4) auch die relative Zeigefingerlänge mit Mittelhand- und Handwurzelknochen (Meßobjekt 5).

Zwischen je einem Objekt aus der ersten und einem Objekt aus der zweiten Gruppe besteht jedoch kein Zusammenhang. Insbesondere ist kein Zusammenhang zwischen Intelligenz und relativer Zeigefingerlänge ohne oder mit Mittelhand- und Handwurzelknochen feststellbar.

An dieser Stelle darf vielleicht darauf hingewiesen werden, daß in der Literatur bisher von relativer Daumenlänge gesprochen wird, wobei die Daumenlänge zur Mittelfingerlänge ins Verhältnis gesetzt wird. Mit gleichem Recht könnte man hier von relativer Mittelfingerlänge sprechen. In diesen Untersuchungen ist das sogar unumgänglich, da die Daumenlänge auch noch zur Zeigefingerlänge in Relation gesetzt wurde. Somit könnte man dem Terminus "relative Daumenlänge" nicht mehr ansehen, zu welcher Länge die Daumenlänge ins Verhältnis gesetzt wurde. Der jetzt benützte Terminus "relative Mittelfingerlänge" ist also gleichbedeutend mit der bisherigen "relativen Daumenlänge".

Einige Worte sind hier noch zur Deutung der festgestellten Zusammenhänge nötig. Ein Zusammenhang zwischen (1) und (2) bedeutet keineswegs, daß (1) die Ursache von (2) oder umgekehrt ist. Es können vielmehr beide Meßgrößen von einer unbekannten und nicht in die Untersuchungen einbezogenen dritten Größe abhängen. Die vorliegende Arbeit stellt lediglich fest, daß diese rechnerische Abhängigkeit gleichsinnig ist. Weitergehende Schlüsse, insbesondere darüber, ob die Abhängigkeit auch ursächlich ist, können nur aus anders gearteten Versuchen gezogen werden.

Höchste und niedrigste gefundene Werte bei den einzelnen relativen Knochenlängen zeigt die folgende Tabelle:

| | $Q_2$ | $Q_3$ | $Q_4$ | $Q_5$ |
|---|---|---|---|---|
| | | Männer | | |
| Maximum (%) | 68,88 | 76,92 | 73,33 | 75,88 |
| Minimum (%) | 51,85 | 57,46 | 52,77 | 58,20 |
| | | Frauen | | |
| | 66,66 | 75,72 | 70,58 | 75,86 |
| | 50,00 | 54,00 | 54,28 | 57,58 |
| | | Männer + Frauen | | |
| | 68,88 | 76,92 | 73,33 | 75,88 |
| | 50,00 | 54,00 | 52,77 | 57,58 |

Wie nun oben schon erwähnt, wurde bei jeder Testperson auch der Beruf festgestellt, um später die Indices bei den einzelnen Berufsgruppen bestimmen zu können. Damit können die vorher ausgearbeiteten Ergebnisse jetzt auch bei einigen Berufssparten nachgeprüft werden.

So ergab sich für die relative Mittelfingerlänge (Abb. 3a und 3b) beim Hilfsarbeiter 56,67% (Durchschnittswerte, wie auch die folgenden), beim Arbeiter 58,63 %, beim An-

gestellten 60,63 % und beim Akademiker 62,58 %.

Ähnliche Werte d.h. Unterschiede bei den verschiedenen Berufsgruppen, ergaben sich auch bei den Frauen für die relative Mittelfingerlänge. So bei den Dienstmädchen 55,94 %, bei den Arbeiterinnen 57,85 % und bei den Hausfrauen mit höherer Schulbildung 58,64 %.

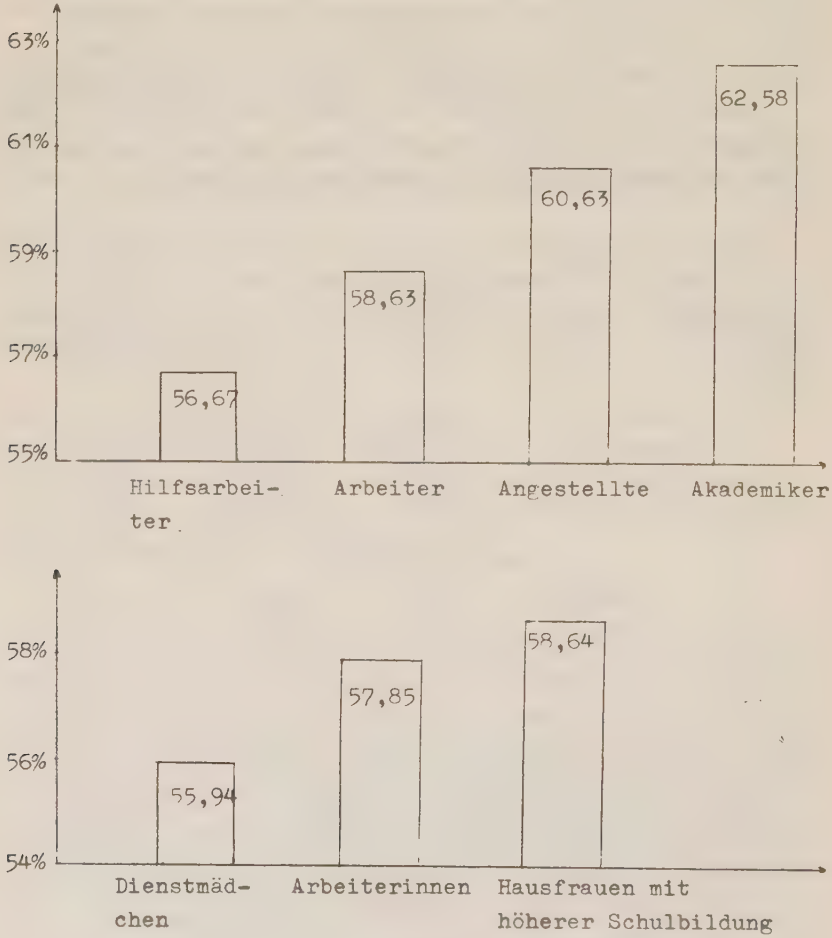



Abb. 3a und 3b: Relative Mittelfingerlänge in den verschiedenen Berufsgruppen.

Ganz deutlich ist hieraus wieder ersichtlich, daß ein Zusammenhang zwischen Intelligenz und relativer Mittelfingerlänge besteht. Natürlich gilt auch für die anderen relativen Handknochenlängen wieder das Gleiche, wie aus nachfolgenden Tabellen ersichtlich ist:

| | $Q_2$ | $Q_3$ | $Q_4$ | $Q_5$ |
|---|---|---|---|---|
| Hilfsarbeiter | 56,67 | 63,48 | 66,03 | 67,87 |
| Arbeiter | 58,63 | 62,70 | 65,07 | 67,81 |
| Angestellte | 60,63 | 64,14 | 63,35 | 66,68 |
| Akademiker | 62,58 | 64,50 | 69,45 | 67,88 |
| | | | | |
| Dienstmädchen | 55,94 | 63,17 | 63,24 | 66,10 |
| Arbeiterin | 57,85 | 62,37 | 67,3 | 67,18 |
| Hausfrau, fr. höhere Schule | 58,64 | 63,66 | 66,04 | 66,86 |

Man sieht, daß auch ein Zusammenhang zwischen der relativen Mittelfingerlänge + Mittelhand- und Handwurzelknochen und den einzelnen Berufen besteht. Jedoch ist aus dieser Zusammenfassung ersichtlich, daß der Zusammenhang nicht so sehr ausgeprägt ist wie bei der relativen Mittelfingerlänge allein. Ebenso nimmt die relative Zeigefingerlänge + Mittelhand- und Handwurzelknochen mit der relativen Zeigefingerlänge zu. Ein Zusammenhang mit den Berufsgruppen ist hier nicht ersichtlich.

Ganz exakte Ergebnisse und Schlüsse ergeben sich jedoch nur aus der Berechnung des "Produkt-Moment-Korrelationskoeffizienten", wie sie oben schon ausgeführt wurde.

Interessant ist in diesem Zusammenhang vielleicht noch, wie hoch die einzelnen Indices im Durchschnitt bei Männern und Frauen getrennt und bei beiden zusammen sind:
Für die relative Mittelfingerlänge ergibt sich bei Männern 59,26%, bei Frauen 58,08 % und bei beiden zusammen 58,79 %.

Die anderen Werte sind aus der nachfolgenden Tabelle zu ersehen:

| | $Q_2$ | $Q_3$ | $Q_4$ | $Q_5$ |
|---|---|---|---|---|
| Männer | 59,26 | 63,59 | 66,47 | 67,36 |
| Frauen | 58,08 | 63,20 | 65,80 | 66,92 |
| Män. + Fra. | 58,79 | 63,43 | 66,10 | 67,18 |

Die Werte der letzten Tabelle stehen in keinem Zusammenhang mit der Intelligenz, sondern stellen nur die Durchschnittswerte der einzelnen Ergebnisse dar.

Da bei den Testpersonen das Alter ebenfalls festgestellt wurde, läßt sich auch einiges über die relativen Knochenlängen in den verschiedenen Altersstufen sagen. Dazu folgende Tabelle (in Prozenten) und Abb. 4a und 4b:

| | | Alter | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 - 5 | 6 - 10 | 11 - 20 | 21 - 24 | 25 - 30 | ab 31 |
| $Q_2$ | Männer | 56,07 | 57,56 | 59,01 | 59,29 | 59,25 | 57,74 |
| | Frauen | 56,45 | 57,56 | 58,44 | 59,43 | 59,15 | 58,36 |
| $Q_3$ | | 62,65 | 62,87 | 63,54 | 62,85 | 63,76 | 62,80 |
| | | 62,29 | 63,45 | 63,49 | 63,80 | 63,10 | 62,20 |
| $Q_4$ | | 65,21 | 63,93 | 66,57 | 67,52 | 66,02 | 65,03 |
| | | 65,72 | 66,37 | 66,29 | 65,44 | 66,22 | 65,29 |
| $Q_5$ | | 67,95 | 64,16 | 67,45 | 67,39 | 67,44 | 65,40 |
| | | 66,42 | 67,14 | 67,67 | 67,94 | 67,26 | 66,14 |

(Die folgenden Ausführungen gelten sowohl für Frauen als auch für Männer):
Vom 1. bis zum 24. Lebensjahr haben wir eine Zunahme der relativen Mittelfingerlänge, während es ab dem 25. Lebensjahr d.h. im Erwachsenenalter wieder zu einer leichten Abnahme kommt, jedoch sinken die Werte nicht unter die des Kindes- oder gar des Kleinkindesalters ab. Sie liegen vielmehr unter den Werten ab dem 11. Lebensjahr. Nur die Werte zwischen dem

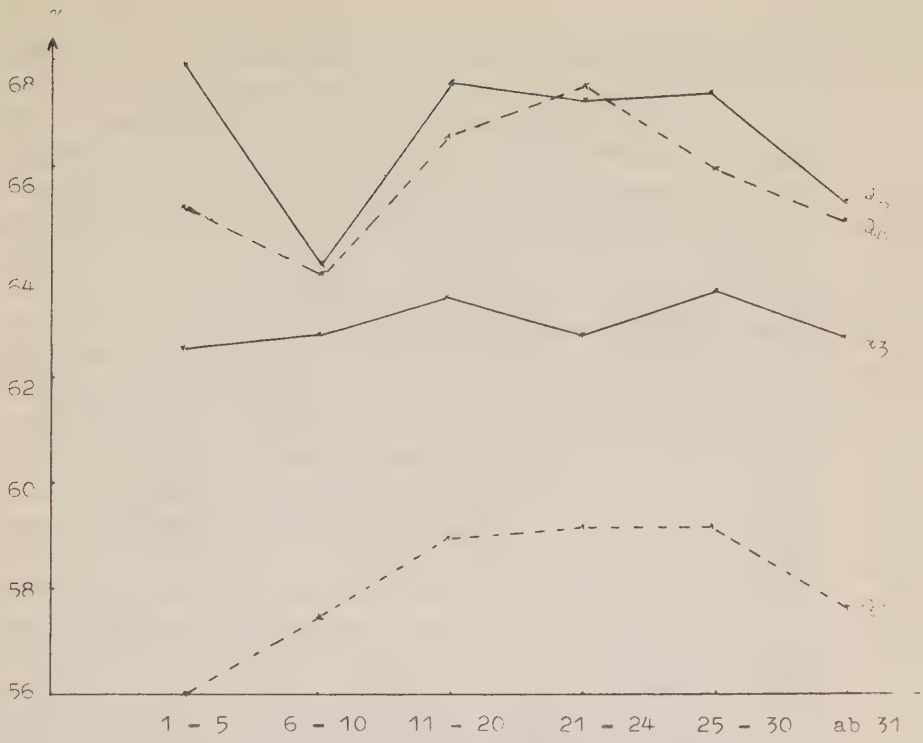



Abb. 4a: Relative Handknochenlängen in den verschiedenen Altersstufen beim Manne.

25. und dem 30. Lebensjahr liegen etwas über denen des 11. bis 20. Lebensjahres (das liegt wohl daran, daß hier noch einige Werte mitspielen, die von Personen stammen, die noch zur vorhergehenden Gruppe gehören). Die deutliche Abnahme zeigt sich eigentlich erst ab dem 31. Lebensjahr, also im Erwachsenenalter.

Bei den anderen relativen Knochenlängen sind keine klaren Zusammenhänge zu erkennen, denn hier zeigt sich weder eine gleichmäßige Zunahme bis zum 24. Lebensjahr, noch eine darauffolgende Abnahme. Ab dem 31. Lebensjahr, also im Erwachsenenalter, liegen die Werte jedoch überall tiefer als in der Reifezeit, teils über denen des Kleinkindesalters, teils sogar darunter.

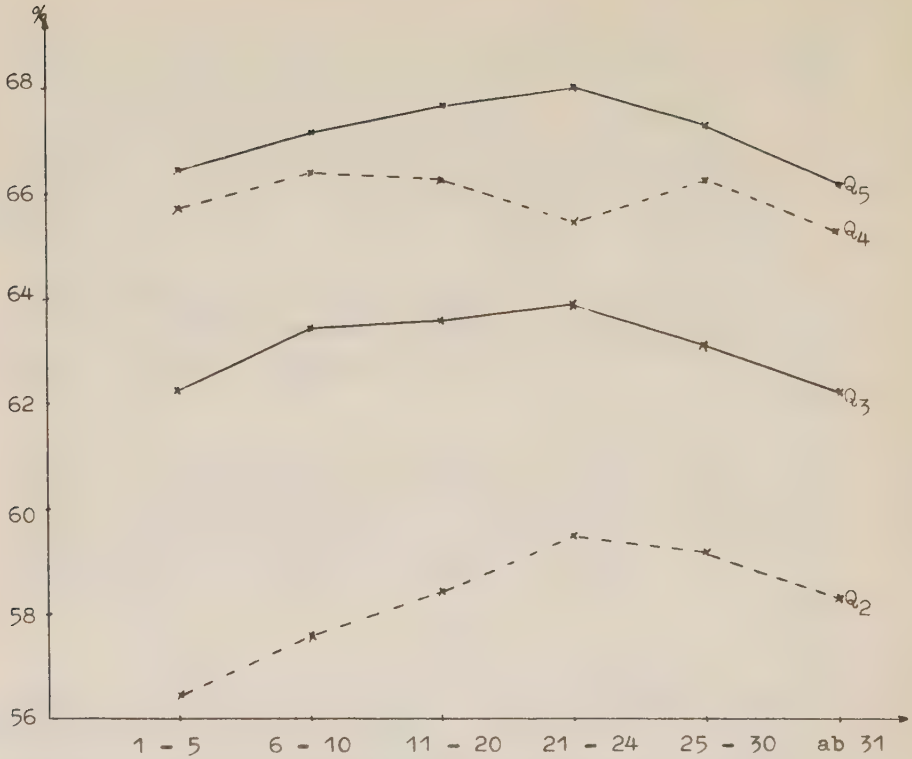



Abb. 4b: Relative Handknochenlängen in den verschiedenen Altersstufen bei Frauen.

## Besprechung der Ergebnisse an Hand der Literatur

Bei einem Vergleich der Ergebnisse lassen sich einige Gemeinsamkeiten mit denen aus der Literatur aufweisen. Vielleicht zuerst die letztgenannten d.h. die relativen Knochenlängen in den verschiedenen Altersstufen.

Hier zeigt sich, daß die Werte der relativen Mittelfingerlänge, genauso wie in der Arbeit von Ashley-Montagu, im Erwachsenenalter höher liegen als im Kleinkindesalter und in der Reifezeit noch höher als im Erwachsenenalter. Worauf diese hohen Werte in der Reifezeit zurückzuführen sind und warum sie sich nur bei den relativen Mittelfingerlängen so zeigen, ist nicht zu sagen, vielleicht auf einen "letzten Wachstumssprung" vor dem rückläufigen phylogenetischen Zug des Erwachsenenalters. Dafür würde wiederum sprechen, daß die Werte der anderen relativen Knochenlängen im Erwachsenenstadium auch tiefer liegen, allerdings sogar teilweise unter denen des Kleinkindesalters. Der "letzte Wachstumssprung" in der Reifezeit (Ashley-Montagu) trifft auf alle relativen Knochenlängen zu, wenn man die Gruppe vom 25. bis zum 30. Lebensjahr mit einbezieht.

Im Zusammenhang mit den Arbeiten über die relativen Daumenlänge bei den Primaten ist folgendes zu sagen:
Diese phylogenetische Höherentwicklung, die sich bei den Primaten unter anderem in der relativen Daumenlänge (= relative Mittelfingerlänge bei uns) auswirkt, macht sich auch schon beim Menschen bemerkbar, allerdings nur in der relativen Mittelfingerlänge ohne und mit Mittelhand- und Handwurzelknochen. So fanden Ashley-Montagu, Schultz etc. beim Orang-Utan 29,9 %, beim Schimpansen 37,1 %, beim Gorilla 40,8% und beim Menschen 56,9 % (im Erwachsenenalter) für die relative Daumenlänge. Jetzt betrug die relative Mittelfingerlänge im Erwachsenenalter für Männer 57,74 %, für Frauen 58,36 %. Diese Werte weichen von denen Ashley-Montagu`s ab und sind wohl genauer, da bedeutend mehr Personen gemessen wurden.

In dieser Arbeit wurden einige Betrachtungen über die Zusammenhänge zwischen relativen Handknochenlängen und Intelligenz angestellt. Es darf vielleicht nochmals darauf hingewiesen werden, daß man lediglich von einem Zusammenhang zwischen Intelligenz und relativer Mittelfingerlänge ohne oder mit Mittelhand- und Handwurzelknochen sprechen

darf, aber noch nicht von einer ursächlichen Beeinflussung des einen durch das andere.

Gleichzeitig darf nochmals erwähnt werden, daß zwischen linker und rechter Hand kein Unterschied besteht, da das mehrfach nachgemessen wurde und sich dabei kein Unterschied herausstellte. Die Knochenlängen sind auch von der Art der Beschäftigung unabhängig.

## Zusammenfassung

1. Mit zunehmender Intelligenz wächst die relative Mittelfingerlänge.

2. Mit zunehmender Intelligenz wächst die relative Länge von Mittelfinger mit Mittelhand- und Handwurzelknochen.

3. Mit der relativen Länge des Zeigefingers ohne Mittelhand- und Handwurzelknochen wächst auch die relative Länge des Zeigefingers mit Mittelhand- und Handwurzelknochen.

4. Es besteht kein Zusammenhang zwischen zunehmender Intelligenz und Zeigefingerlänge ohne oder mit Mittelhand- und Handwurzelknochen.

# L i t e r a t u r

(1) ASHLEY-MONTAGU: On the primate hand. Amer. Journ. Phys. Anthropol., 15: 291-314. Jan.-Mar., 1931.

(2) BOAS J.E.V.: Einige Bemerkungen über die Hand des Menschen. Biologiske Meddelelser II, 1, Kobenhavn 1919.

(3) BUNNEL S.: Surgery of the hand. Pitman Med. Publishing Co., LTD, London 1956, pp. 25-26.

(4) BREZINA E.: Der Einfluß des Wachstums und des Berufes auf die Dimensionen der Hand. Zeitschrift für Konstitutionslehre X, 381-389, 1925.

(5) HOFSTÄTTER: Sozialpsychologie. Göschen 104, S. 82.

(6) OSBORN H.F.: The Influence of bodily locomotion in seperating man from the monkeys and apes. The Scientific Monthly, May 1928.

(7) REVESZ G.: Die menschliche Hand. 1950.

(8) SCHULTZ A.: Fetal growth of man and other primates. Quart. Rev. of Biol., vol. 1, no. 4, pp. 493-495, 1926.

(9) SCHULTZ A.: The skeleton of the trunk and limbs of higher primates. Human Biology, vol. 2, no. 3, pp. 381-383, 1930.

(10) STRATZ C.H.: Wachstum und Proportionen des Menschen vor und nach der Geburt. Arch. f. Anthr., N.F., VIII, 287-297, 1909.

Abb. 4. Die Hand eines Gorillas und eines Menschen.

Abb.2: Hand li.: Intelligenzstufe 4
Hand re.: Intelligenzstufe 1

An dieser Stelle erlaube ich mir höflichst, Herrn Oberarzt Dr. med. H. Beck, der mir jederzeit Ratschläge und Hinweise für die Ausführung meiner Arbeit gab, meinen ergebenen Dank für die Überlassung des Themas auszusprechen.

Besonders bedanken möcht ich mich bei Herrn Prof. Dr. med. G. Hegemann, den Direktor der Chirurgischen Klinik der Universität Erlangen-Nürnberg, daß ich an seiner Klinik meine Arbeiten durchführen durfte.

# L e b e n s l a u f

Am 20. 2. 1940 wurde ich, Dieter R a i t h e l , als Sohn des Studienrates Johannes Raithel und seiner Ehefrau Elfriede Raithel, geb. Interwies, in Fürth/Bay. geboren.

Da mein Vater an die Oberrealschule Münchberg/Obf. versetzt wurde, besuchte ich dort von 1946 bis 1950 die Volksschule und ab 1950 die Oberrealschule Münchberg, an der ich im Juli 1959 das Abitur ablegte.

Mit dem Wintersemester 1959/60 begann ich an der Friedrich-Alexander-Universität zu Erlangen mit dem Studium der Medizin. Meinen Krankenpflegedienst leistete ich im Kreiskrankenhaus Münchberg ab. Ende Juli 1960 bestand ich die naturwissenschaftliche Vorprüfung und im April 1962 die ärztliche Vorprüfung an der Universität Erlangen-Nürnberg.

Im Sommer 1962 famulierte ich 8 Wochen an der hiesigen Chirurgischen Klinik auf der Kinderstation, im Herbst 1963 weitere 7 Wochen auf einer Chirurgischen Abteilung (am Poplar-Hospital in London) und im März 1964 auf der Inneren Abteilung des Kreiskrankenhauses Münchberg.

Jetzt befinde ich mich im 6. klinischen Semester und gedenke im Frühjahr 1965 das Staatsexamen abzulegen.

Buchdruck und Fotodruck: Ludwig Müller, Erlangen, Fahrstraße 5